

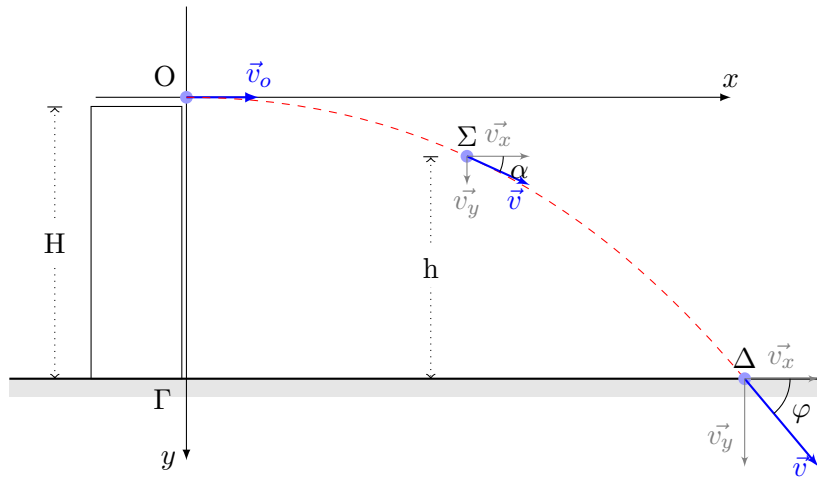
1 Οριζόντια Βολή

1.1 Ερωτήσεις

- Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους h αφήνουμε να πέσει ελεύθερα σώμα μάζας m . Την ίδια στιγμή από το ίδιο ύψος βάλεται οριζόντια δεύτερο σώμα, μάζας $2m$, με ταχύτητα \vec{v} . Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Να χαρακτηρίσετε σωστές ή λάθος τις παρακάτω ερωτήσεις:
 - Τα δύο σώματα θα φτάσουν μαζί στο έδαφος.
 - Το δεύτερο σώμα κατά την κίνησή του δέχεται μεγαλύτερη επιτάχυνση γιατί έχει μεγαλύτερη μάζα.
 - Τα δύο σώματα θα φτάσουν στο έδαφος με την ίδια ταχύτητα.
 - Το μήκος της τροχιάς του σώματος 2 είναι μεγαλύτερο από το μήκος της τροχιάς του σώματος 1.
- Στην ταράτσα ενός κτιρίου ύψους h υπάρχουν δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_2 = 2m_1$. Την ίδια στιγμή τα δύο σώματα βάλονται οριζόντια με ταχύτητες \vec{v}_1 και \vec{v}_2 . Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει: $v_2 = 5v_1$. Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Να χαρακτηρίσετε σωστές ή λάθος τις παρακάτω ερωτήσεις:
 - Το δεύτερο σώμα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος γιατί είναι βαρύτερο.
 - Το δεύτερο σώμα θα διανύσει πενταπλάσια οριζόντια απόσταση από το πρώτο.
 - Τα δύο σώματα κατά την κίνησή τους δέχονται ίσες επιταχύνσεις.
 - Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος 2 όταν φτάνει στο έδαφος είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο του σώματος 1.
- Από ύψος h εκτοξεύεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα μέτρου v_1 και φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t_1 έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση s_1 . Αν το πείραμα επαναληφθεί με το ίδιο σώμα αλλά με ταχύτητα $v_2 = 10v_1$, τότε:
 - Το σώμα θα φτάσει στο έδαφος σε χρόνο:
 - $t_2 = 10t_1$
 - $t_2 = \frac{t_1}{10}$
 - $t_2 = t_1$
 - Το σώμα θα διανύσει οριζόντια απόσταση:
 - $s_2 = 10s_1$
 - $s_2 = \frac{s_1}{10}$
 - $s_2 = s_1$
- Από σημείο Σ που βρίσκεται σε ύψος h εκτοξεύονται οριζόντια δύο σώματα Α και Β, με αντίθετες ταχύτητες μέτρων v_1 και $v_2 = 3v_1$. Το σώμα Α φτάνει στο έδαφος έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση s . Η οριζόντια απόσταση των σημείων στα οποία θα χτυπήσουν το έδαφος τα δύο σώματα είναι:
 - $5s$
 - $4s$
 - $2s$

1.2 Προβλήματα

- Ένα αντικείμενο εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\sqrt{3}$ m/sec. Μετά από χρόνο t το αντικείμενο διέρχεται από το σημείο Α της τροχιάς του, στο οποίο η ταχύτητα σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Να υπολογίσετε:
 - Το χρόνο t .
 - Τις συντεταγμένες του σημείου Α.
 Δίνεται $g = 10$ m/sec²
- Μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 0,4$ kg εκτοξεύεται οριζόντια από την άκρη Ο της ταράτσας κτιρίου ύψους $H = 20$ m, με ταχύτητα μέτρου $v = 20$ m/s και πέφτει στο έδαφος στο σημείο Δ.



Να υπολογιστούν:

- (α) Ο συνολικός χρόνος κίνησης της σφαίρας.
- (β) Οι συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ.
- (γ) Να βρεθεί το μέτρο της τελικής ταχύτητας \vec{v} και η γωνία φ που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο.
- (δ) Κάποια στιγμή η σφαίρα περνάει από το σημείο Σ που απέχει οριζόντια απόσταση 20m από το σημείο βολής.
 - i. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Σ.
 - ii. Πόσο απέχει το σημείο Σ από το έδαφος;
 - iii. Ποιά η εφαπτομένη της γωνίας α που σχηματίζει η ταχύτητα \vec{v} στο σημείο Σ με τον ορίζοντα;
 - iv. Ποιά η επιτάχυνση του σώματος στο σημείο Σ;
 - v. Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας \vec{v} στο σημείο Σ;
- (ε) Να βρείτε την εξίσωση τροχιάς της σφαίρας.
- (Γ') Αν η μηχανική ενέργεια της σφαίρας είναι 80J πόση είναι η δυναμική της στο σημείο Σ;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

3. Από την ταράτσα ενός ψηλού κτιρίου σε ύψος $= 60\text{m}$ εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα $v_1 = 5\text{m/s}$, τη στιγμή $t = 0$. Μετά από λίγο, τη στιγμή $t_1 = 2\text{s}$, εκτοξεύεται επίσης οριζόντια μια δεύτερη μπάλα Β, από ένα μπαλκόνι του ίδιου κτιρίου σε ύψος $h = 20\text{m}$, με αποτέλεσμα οι δυο μπάλες να συγκρούονται, πριν φτάσουν στο έδαφος.

- (α') Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση τα δύο σώματα συγκρούονται.
- (β') Ποια η αρχική ταχύτητα v_2 της Β μπάλας;

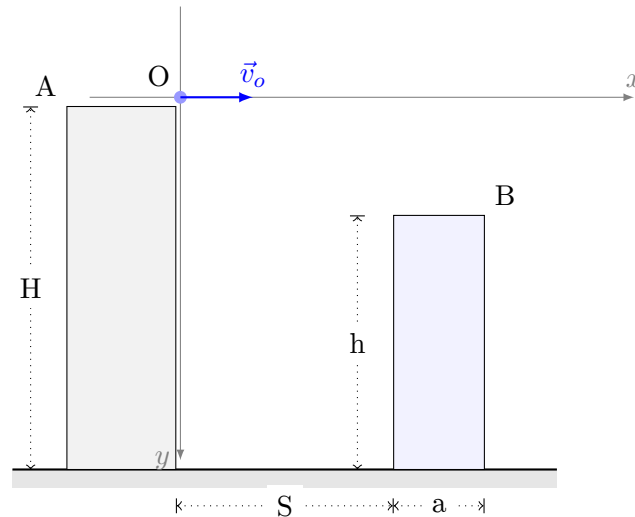
Οι απαντήσεις να δοθούν θεωρώντας αρχή των αξόνων:

- A) Την αρχική θέση της μπάλας Α.
- B) Την αρχική θέση της μπάλας Β.

Γ) Το σημείο του εδάφους, που βρίσκεται στην κατακόρυφο που περνά από την αρχική θέση της Α μπάλας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g = 10\text{m/s}^2$.

4. Δύο κτίρια απέχουν απόσταση $S = 30\text{m}$. Από το ψηλότερο Α, που έχει ύψος $H = 60\text{m}$, εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$, με σκοπό να φτάσει στην ταράτσα του χαμηλότερου κτιρίου Β, που έχει ύψος $h = 40\text{m}$ και πλάτος $\alpha = 10\text{m}$.



- (α') Θα φτάσει η μπάλα στην ταράτσα του B κτηρίου;
 (β') Για ποιες τιμές της ταχύτητας η μπάλα θα πέσει στην ταράτσα του B κτηρίου;
 (γ') Εκτοξεύουμε οριζόντια την μπάλα με ταχύτητα $v_{01} = 22\text{m/s}$. Θα μπορέσει να την πιάσει ένα παιδί, που βρίσκεται στην ταράτσα του B κτηρίου, αν έχει την ικανότητα πηδώντας, να την σταματήσει ακόμη και σε ύψος $2,8\text{m}$;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα ενώ $g = 10\text{m/s}^2$.

5. Ένας πιλότος αεροπλάνου διάσωσης εντοπίζει ένα ναυαγό σε ένα μικρό νησί του Ειρηνικού Ωκεανού. Στο αεροπλάνο βρίσκεται ένα κουτί με είδη πρώτης ανάγκης (τρόφιμα-φάρμακα), το οποίο ο πιλότος θέλει να αφήσει στον ναυαγό. Το αεροπλάνο πετάει οριζόντια σε ύψος $h = 500\text{m}$ με ταχύτητα μέτρου $v = 195\text{ knots}$ (100 m/s). Το κουτί αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο και θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν αντιστάσεις από τον αέρα.

- (α') Υπολογίστε τον χρόνο που θα κάνει το κουτί για να φτάσει στο έδαφος.
 (β') Υπολογίστε από πόση οριζόντια απόσταση πριν το νησί πρέπει να αφήσει το κουτί ο πιλότος ώστε να φτάσει στο νησί και να μην πέσει στη θάλασσα.
 (γ') Με τί γωνία ως προς τον ορίζοντα πρέπει να βλέπει ο πιλότος τον ναυαγό όταν αφήνει το κουτί πρώτων βοηθειών;
 (δ') Το κουτί έχει μάζα 20 kg και είναι σχεδιασμένο να αντέχει σε χρούσεις μέγιστης ενέργειας 120 kJ . Θα αντέξει το κουτί την σύγκρουση με το έδαφος;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

6. Μικρή μπίλια εκτοξεύεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t = 0$ από ορισμένο ύψος με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{ m/sec}$. Τη χρονική στιγμή t η μπίλια διέρχεται από το σημείο Σ της τροχιάς της στο οποίο το μέτρο της ταχύτητας της είναι $2v_0$.

- (α') Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση της ταχύτητας της μπίλιας τη χρονική στιγμή t .
 (β') Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου Σ.

Δίνεται $g = 10\text{ m/sec}^2$

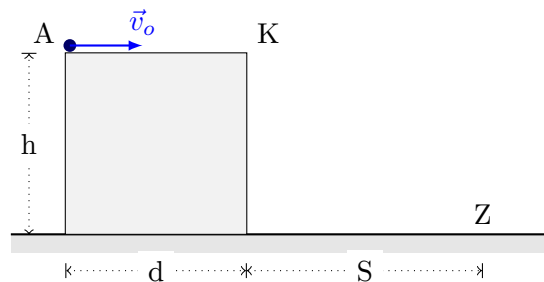
7. Μια μικρή μπίλια εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα \vec{v}_0 από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $h = 20\text{ m}$ από το έδαφος. Η μπίλια όταν προσκρούει στο έδαφος, έχει μετατοπιστεί σε οριζόντια απόσταση $S = 10\text{ m}$.

- (α') Να βρείτε το χρόνο κίνησης της μπίλιας μέχρι να προσκρούσει στο έδαφος.
 (β') Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας \vec{v}_0

(γ') Να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα του σώματος.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$

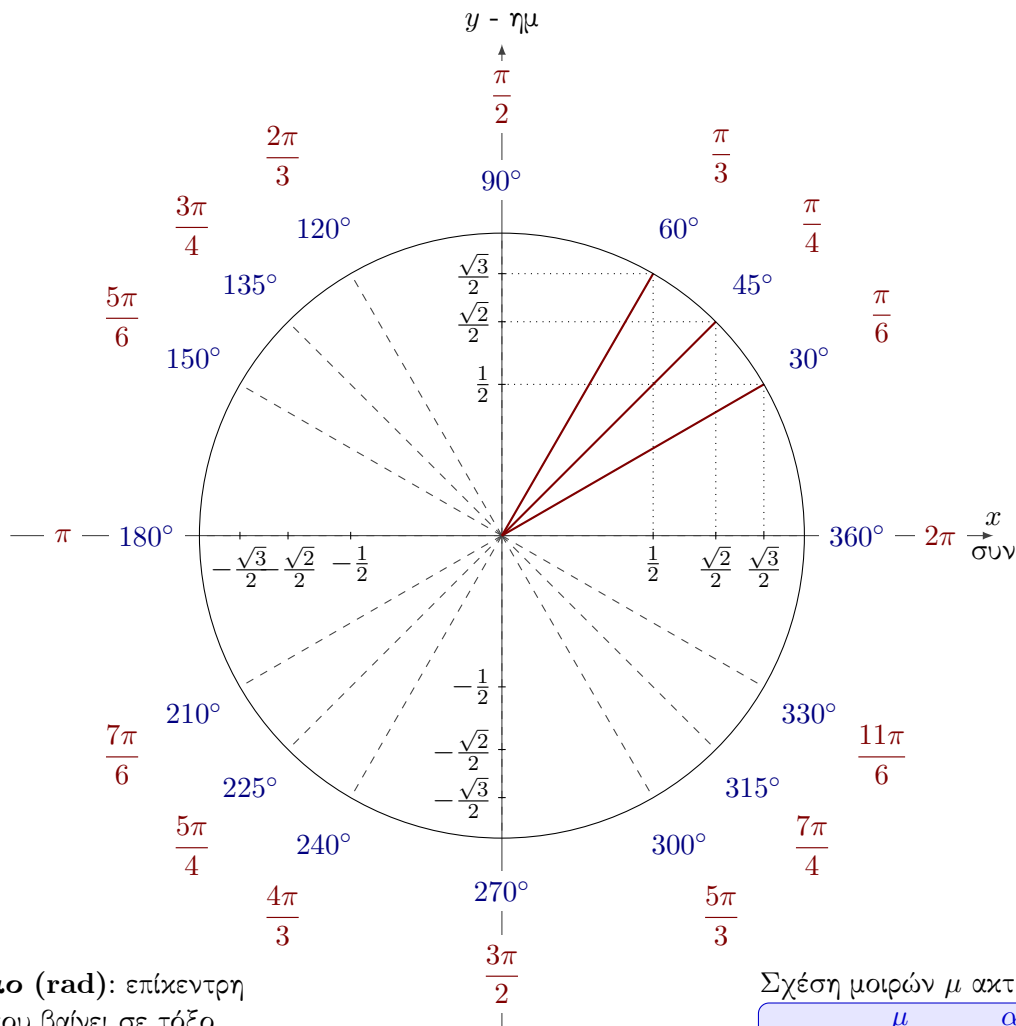
8. Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $h = 80 \text{ m}$ εκτοξεύεται οριζόντια ένα αντικείμενο με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/sec}$. Την ίδια στιγμή από τη βάση του κτιρίου αρχίζει να κινείται από την ηρεμία ένα δεύτερο αντικείμενο με σταθερή επιτάχυνση. Τα διανύσματα \vec{v}_0 και \vec{a} έχουν την ίδια κατεύθυνση. Αν τα δύο αντικείμενα φθάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο του εδάφους, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης \vec{a} . Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$
9. Από ένα όπλο εκτοξεύονται οριζόντια δύο σφαίρες προς ένα κατακόρυφο τοίχο που απέχει 120 m από το σημείο βολής. Η μία σφαίρα έχει αρχική ταχύτητα $v_1 = 300 \text{ m/sec}$ και η άλλη $v_2 = 400 \text{ m/sec}$. Να βρείτε την απόσταση ανάμεσα στις τρύπες που άφησαν οι σφαίρες στον τοίχο. Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$
10. Μικρό κομμάτι ξύλου αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από σημείο A που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το έδαφος και φτάνει στο έδαφος έχοντας ταχύτητα μέτρου $v = 20 \text{ m/sec}$. Αν το ίδιο κομμάτι ξύλου το εκτοξεύσουμε από το ίδιο σημείο A με οριζόντια ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/sec}$, να υπολογίσετε:
- (α') τη χρονική διάρκεια κίνησης του ξύλου από τη στιγμή της εκτόξευσής του μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- (β') το ύψος h .
- (γ') το μέτρο της ταχύτητας του ξύλου τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$
11. Το μικρό σώμα του σχήματος εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ με ταχύτητα μέτρου $v = 9 \text{ m/sec}$ από σημείο A ενός μακρόστενου τραπέζιού, ύψους $h = 1,8 \text{ m}$, που απέχει από το ένα άκρο του K απόσταση $d = 7 \text{ m}$. Το σώμα εμφανίζει με το τραπέζι συντελεστή τριβής ολίσθησης μ και τη χρονική στιγμή t_1 που φτάνει στο άκρο K το εγκαταλείπει εκτελώντας οριζόντια βολή, φτάνοντας τελικά σε σημείο Z του δαπέδου τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,6 \text{ sec}$.



- (α') Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .
- (β') Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_2$.
- (γ') Να βρείτε την οριζόντια απόσταση μεταξύ των σημείων A και Z.
- (δ') Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής μ .

2 Κυκλική κίνηση

2.1 Ο Τριγωνομετρικός Κύκλος



Ακτίσιο (rad): επίκεντρο γωνία που βαίνει σε τόξο μήκους μίας ακτίνας R

Σχέση μοιρών μ ακτινίων α:

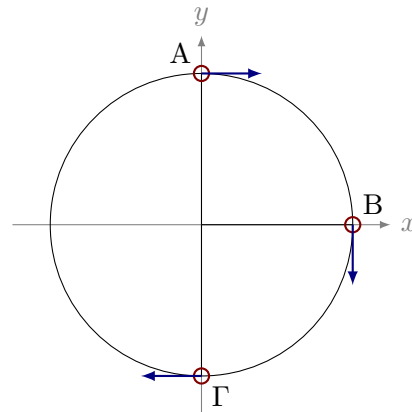
$$\frac{\mu}{180^\circ} = \frac{\alpha}{\pi}$$

Βασικές και χρήσιμες τριγωνομετρικές σχέσεις:

<p>Βασική τριγωνομετρική ταυτότητα:</p> $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1 \quad (1)$	<p>Περιοδικότητα ημιτόνου - συνημιτόνου:</p> $\eta\mu(2\pi + \theta) = \eta\mu\theta \quad (2)$ $\sigma\upsilon\nu(2\pi + \theta) = \sigma\upsilon\nu\theta \quad (3)$
<p>Αλλαγή από ημίτονο σε συνημίτονο και αντιστρόφως:</p> $\eta\mu\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sigma\upsilon\nu\theta \quad (4)$ $\sigma\upsilon\nu\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\eta\mu\theta \quad (5)$	<p>Εξαφάνιση αρνητικού προσήμου:</p> $-\eta\mu\theta = \eta\mu(\theta + \pi) \quad (6)$ $-\sigma\upsilon\nu\theta = \sigma\upsilon\nu(\theta + \pi) \quad (7)$
<p>Λύση εξισώσεων ημιτόνου:</p> $\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \theta \\ 2k\pi + \pi - \theta \end{cases} \quad (8)$	<p>Λύση εξισώσεων συνημιτόνου:</p> $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \theta \\ 2k\pi - \theta \end{cases} \quad (9)$

2.2 Ερωτήσεις

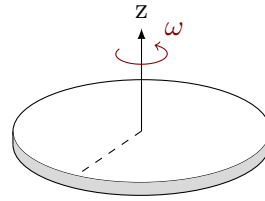
- Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση όταν η τροχιά του είναι κυκλική και (σημειώστε Σ/Λ)
 - ο χρόνος για να συμπληρωθεί ένας κύκλος είναι πάντα ίδιος.
 - η ταχύτητά του είναι σταθερή.
 - το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό.
 - το μέτρο της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.
- Ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με συχνότητα $f = 20\text{Hz}$. Το σώμα διαγράφει 4 κύκλους σε χρόνο:
 - 5s
 - 4s
 - $\frac{1}{4}\text{s}$
 - $\frac{1}{5}\text{s}$
- Ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η γραμμική του ταχύτητα:
 - είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς.
 - έχει τη διεύθυνση της ακτίνας.
 - είναι σταθερή.
 - έχει σταθερό μέτρο.
- Ένα μικρό σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η γωνιακή του ταχύτητα: (Σ/Λ)
 - είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς.
 - έχει σημείο εφαρμογής το σώμα.
 - είναι σταθερή.
 - έχει σταθερό μέτρο.
 - έχει φορά πάντα αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού.
 - έχει μεταβλητή διεύθυνση.
- Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα v . Αν διπλασιάσουμε την γραμμική ταχύτητα, τότε:
 - Η γωνιακή του ταχύτητα:
 - θα παραμείνει σταθερή
 - θα διπλασιαστεί
 - θα τετραπλασιαστεί
 - Η κεντρομόλος επιτάχυνση:
 - θα παραμείνει σταθερή
 - θα διπλασιαστεί
 - θα τετραπλασιαστεί
- Ένα σώμα διαγράφει την κυκλική τροχιά του σχήματος με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v = 2\text{m/s}$.
 - Ποια η μεταβολή της ταχύτητάς του μεταξύ των σημείων A και Γ.
 - Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σώματος στη θέση B.
 - Η μεταβολή της ταχύτητας μεταξύ των θέσεων A και B έχει μέτρο:
 - μηδέν
 - 2 m/s
 - $2\sqrt{2}\text{m/s}$
- Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και η επιβατική του ακτίνα γράφει γωνία 60° σε χρόνο $\frac{1}{3}\text{s}$. Η γωνιακή του ταχύτητα είναι:
 - 180 rad/s
 - $3\pi\text{ rad/s}$
 - $\pi\text{ rad/s}$
 - $10\pi\text{ rad/s}$
- Σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Για την κεντρομόλο επιτάχυνσή του ισχύει:
 - έχει κάθε στιγμή την κατεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας.
 - δίνεται από τον τύπο $a = \frac{v^2}{R}$.



(γ') είναι παράλληλη στη γωνιακή ταχύτητα.

(δ') η τιμή της αυξάνεται με τον χρόνο.

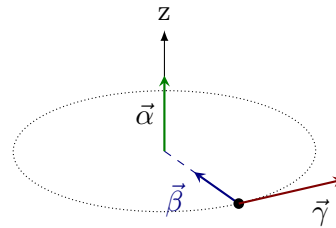
9. Ο διπλάνος δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και περνάει από το κέντρο του.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- (α') Τα σημεία της περιφέρειας του δίσκου έχουν μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα από τα άλλα σημεία του κύκλου.
 (β') Τα σημεία που βρίσκονται κοντά στο κέντρο του δίσκου εκτελούν μία πλήρη περιφορά σε μικρότερο χρόνο.
 (γ') Όλα τα σημεία κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση με την ίδια συχνότητα.
 (δ') Όσο πιο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου βρίσκεται ένα σημείο τόσο μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα έχει.

10. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται με προοπτική η κυκλική κίνηση ενός μικρού σώματος, και τα διανύσματα α, β και γ παριστάνουν κάποια από τα: γραμμική ταχύτητα, γωνιακή ταχύτητα, κεντρομόλο δύναμη.

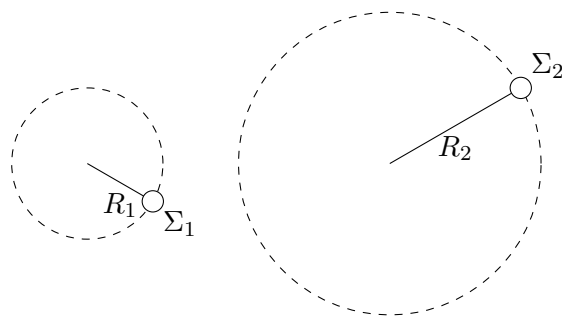


Γραμμική ταχύτητα →

Γωνιακή ταχύτητα →

Κεντρομόλος δύναμη →

11. Δύο σφαιρίδια κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνες R_1 και $R_2 = 2R_1$ ενώ η φορά και η περίοδος της κίνησής τους είναι η ίδια T .



A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας το παραπάνω σχήμα και να ζωγραφίσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας \vec{v} και της κεντρομόλου επιτάχυνσης \vec{a}_κ .

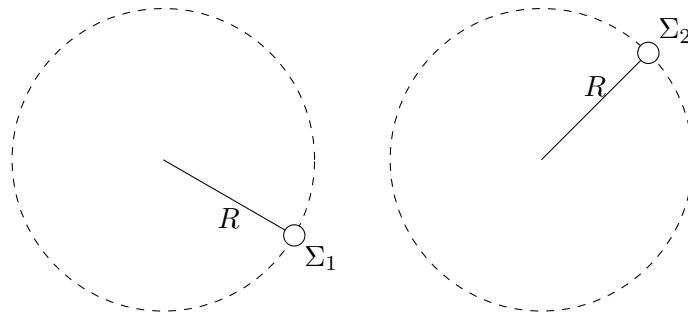
B. Η σχέση μεταξύ των κεντρομόλων επιταχύνσεων $\alpha_{\kappa 1}$ και $\alpha_{\kappa 2}$ είναι:

(α') $\alpha_{\kappa 1} = 2\alpha_{\kappa 2}$

(β') $\alpha_{\kappa 1} = 4\alpha_{\kappa 2}$

(γ') $\alpha_{\kappa 1} = \frac{1}{2}\alpha_{\kappa 2}$

12. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε τραπέζι δεμένα στα άκρα νημάτων με ίσες ακτίνες. Η κυκλική κίνηση γίνεται με τη θετική φορά, ενώ οι περίοδοι της κίνησής τους είναι T_1 και $T_2 = \frac{T_1}{2}$.



A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας το παραπάνω σχήμα και να ζωγραφίσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας \vec{v} και της κεντρομόλου επιτάχυνσης $\vec{a}_κ$.

B. Η σχέση μεταξύ των κεντρομόλων επιταχύνσεων $a_{κ1}$ και $a_{κ2}$ είναι:

(α') $a_{κ1} = 2a_{κ2}$

(β') $a_{κ1} = 4a_{κ2}$

(γ') $a_{κ1} = \frac{1}{2}a_{κ2}$

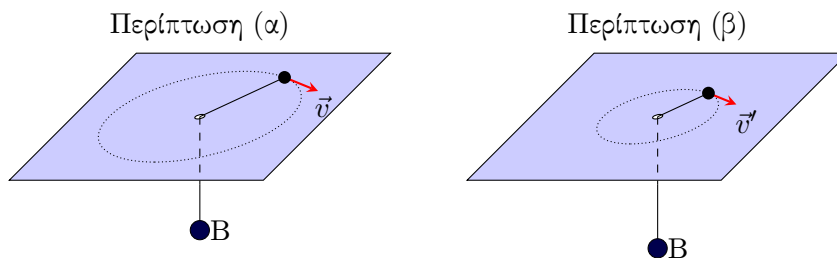
13. Δύο δρομείς, ο 1^{ος} και ο 2^{ος}, κινούνται με ταχύτητες ίσων μέτρων σε κυκλικές τροχιές ακτίνων R_1 και R_2 με $R_1 > R_2$. Θα ολοκληρώσει πρώτος ένα κύκλο:

(α') ο 1^{ος}

(β') ο 2^{ος}

(γ') θα φτάσουν μαζί

14. Σώμα είναι δεμένο σε νήμα και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο τραπέζι. Το νήμα περνάει από μία μικρή τρύπα στο μέσο του τραπέζιου και στο κάτω άκρο του ισορροπεί ένα βαρίδι βάρους B . Στην περίπτωση (α) το νήμα έχει μεγαλύτερη ακτίνα ενώ στην περίπτωση (β) έχει μικρότερη. Η σχέση των συχνοτήτων με τις οποίες περιστρέφεται το σώμα στις δύο περιπτώσεις είναι:



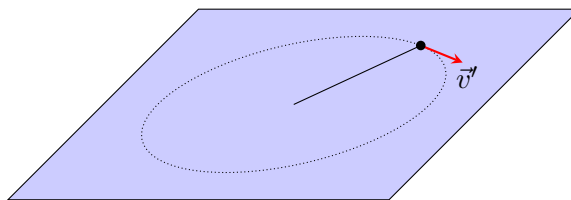
(α') $f_1 > f_2$

(β') $f_1 = f_2$

(γ') $f_1 < f_2$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

15. Σώμα δεμένο σε νήμα κινείται ομαλά κυκλικά σε οριζόντιο τραπέζι. Το νήμα έχει όριο θραύσης $T_{\theta\rho}$. Όταν το νήμα έχει μήκος R τότε το νήμα σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει τιμή ω_1 , ενώ όταν έχει μήκος $\frac{R}{2}$ σπάει σε γωνιακή ταχύτητα ω_2 .



Ο λόγος των γωνιακών ταχυτήτων είναι:

(α') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(β') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$

(γ') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

16. Δύο ομόκεντροι δίσκοι έχουν λόγο ακτίνων 4:3 και περιστρέφονται με την ίδια συχνότητα γύρω από το κοινό τους κέντρο. Αν τα σημεία της περιφέρειας του μικρού δίσκου έχουν ταχύτητα 10m/s τότε τα σημεία της περιφέρειας του μεγάλου δίσκου θα έχουν ταχύτητα:

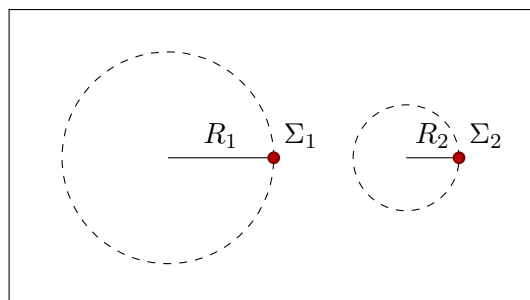
(α') $\frac{30}{4}$ m/s

(β') $\frac{40}{3}$ m/s

(γ') 10 m/s

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

17. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 3R_2$ και η γραμμική τους ταχύτητα είναι ίδια κατά μέτρο.



(α') Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

(β') Αν για τις συνισταμένες δυνάμεις που δέχονται ισχύει $\Sigma F_1 = 3\Sigma F_2$ τότε η σχέση των μαζών τους είναι:

i. $m_1 = m_2$

ii. $m_1 = 3m_2$

iii. $m_1 = \frac{1}{3}m_2$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

18. Δύο μοτοσυκλέτες κινούνται στην ίδια κυκλική πίστα με σταθερές ταχύτητες για τις οποίες ισχύει $v_1 = 2v_2$. Για τις γωνιακές ταχύτητες και τις κεντρομόλους επιταχύνσεις τους θα ισχύει:

(α') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{1}$ και $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{4}$

(β') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ και $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{1}$

(γ') $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{1}$ και $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{1}$

19. Δύο μοτοσυκλέτες κινούνται σε κυκλικές πίστες με ακτίνες για τις οποίες ισχύει $R_1 = \frac{R_2}{2}$ και με συχνότητες για τις οποίες ισχύει $f_1 = 4f_2$. Για τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων τους θα ισχύει:

(α') $\frac{v_1}{v_2} = 8$

(β') $\frac{v_1}{v_2} = 2$

(γ') $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{8}$

20. Σε κάθε ποδηλάτο υπάρχει ένας μεγάλος δίσκος που γυρίζει με τα πεντάλ και ένας μικρότερος δίσκος που είναι στερεωμένος στον άξονα της πίσω ρόδας. Οι δίσκοι έχουν δόντια ίδιου μεγέθους που συνδέονται με την αλυσίδα του ποδηλάτου. Αν ο μεγάλος δίσκος έχει Δ_1 δόντια και ο μικρός $\Delta_2 = \frac{\Delta_1}{3}$ τότε σε κάθε περιστροφή των πεντάλ του ποδηλάτου ο πίσω τροχός θα κάνει:

(α') $\frac{1}{3}$ στροφές

(β') 3 στροφές

(γ') 6 στροφές

21. Ένας ανεμιστήρας οροφής περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Στο άκρο ενός πτερυγίου κάθετα μία μύγα ενώ στο μέσο του πτερυγίου βρίσκεται μία αράχνη, ίσης μάζας με τη μύγα. Η κινητική ενέργεια της μύγας είναι:

(α') διπλάσια της αράχνης

(β') τετραπλάσια της αράχνης

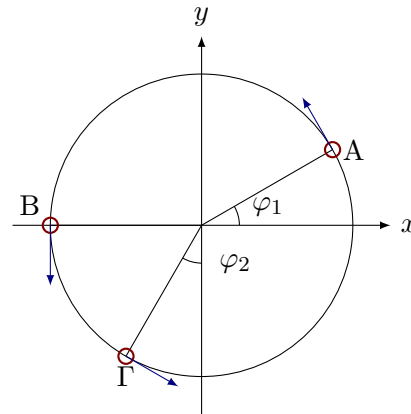
(γ') υποτετραπλάσια της αράχνης

2.3 Προβλήματα

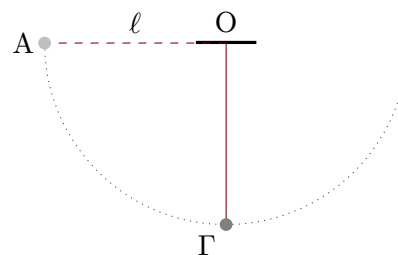
1. Η τροχιά της Σελήνης γύρω από τη Γη είναι κατά προσέγγιση κυκλική, με ακτίνα $R = 3.84 \cdot 10^8 m$. Η Σελήνη χρειάζεται 27,3 μέρες για να συμπληρώσει μία περιφορά γύρω από τη Γη. Βρείτε: (α) Την τροχιακή ταχύτητα της Σελήνης και (β) Την κεντρομόλο επιτάχυνσή της.
2. Ένα σώμα έχει μάζα $m = 1Kg$ και είναι δεμένο σε νήμα μήκους $L = 2m$. Σε χρόνο 2 λεπτών το σώμα κάνει 360 περιστροφές. Να βρεθούν:

(α') Η συχνότητά του	(δ') Η γωνιακή του ταχύτητα
(β') Η περίοδος της κίνησης	(ε') Η κεντρομόλος επιτάχυνση
(γ') Η γραμμική του ταχύτητα	(ς') Η κεντρομόλος δύναμη
3. Ένα αυτοκίνητο μάζας 800 κιλών κινείται σε επίπεδο δρόμο και συναντά στροφή με ακτίνα καμπυλότητας $R = 15m$. Αν οι ρόδες του αυτοκινήτου παρουσιάζουν συντελεστή τριβής $\mu = 0.8$ με το οδόστρωμα, με πόση ταχύτητα μπορεί να κινηθεί το αυτοκίνητο στη στροφή με ασφάλεια;
4. Δυο αυτοκίνητα, Α και Β, ξεκινούν από το ίδιο σημείο μιας κυκλικής τροχιάς με αντίθετες φορές. Οι ταχύτητες τους είναι αντίστοιχα 5 m/sec και 12 m/sec. Αν το μήκος της κυκλικής τροχιάς είναι 136 m να υπολογιστούν: α) ο χρόνος της δεύτερης συνάντησης, β) οι γωνιακές τους ταχύτητες.
5. Μια μικρή σφαίρα, μάζας 2kg, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας 0,5m, όπως στο διπλανό σχήμα.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η σφαίρα περνά από τη θέση Α, ενώ φτάνει για πρώτη φορά στη θέση Β τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35s$, όπου οι σημειωμένες γωνίες είναι $\varphi_1 = \varphi_2 = 30^\circ$.



- (α') Ποια η γωνιακή ταχύτητα και ποια η περίοδος περιστροφής του σώματος;
 - (β') Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα περνά από το σημείο Γ για τέταρτη φορά;
 - (γ') Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη σφαίρα, καθώς και το έργο της στο χρονικό διάστημα $0 - t_1$.
6. Ένα σώμα μάζας 2 kg διαγράφει κατακόρυφο κύκλο δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 2 m. Τη στιγμή που περνάει από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του, έχει ταχύτητα μέτρου 5 m/s. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση αυτή και να υπολογίστε τα μέτρα τους.



7. Δύο κινητά κινούνται ομαλά πάνω στην ίδια περιφέρεια κύκλου με αντίστοιχες περιόδους $T_1 = 5s$ και $T_2 = \frac{10}{3}s$. Κάποια στιγμή τα δύο κινητά περνούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο της περιφέρειας. Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν ξανά, όταν κινούνται αντίρροπα; [απ. 2s]
8. Δυο δρομείς, Α και Β, βρίσκονται στο ίδιο σημείο μιας κυκλικής τροχιάς και κινούνται με την ίδια φορά περιστροφής. Αν η περίοδος κίνησης του Α είναι $T_A = 2min$ και του Β είναι $T_B = 4min$, να βρεθεί πότε θα συναντηθούν για δεύτερη φορά. [απ. 8 min.]

9. Δυο τροχοί συνδέονται με μάντα του οποίου τα σημεία κινούνται με σταθερή ταχύτητα $v = 10\text{m/sec}$. Αν οι ακτίνες των τροχών είναι $R_1 = 10\text{cm}$ και $R_2 = 30\text{cm}$, να βρεθούν:

(α') Οι συχνότητες περιστροφής των τροχών.

(β') Ο αριθμός των περιστροφών που θα κάνει ο κάθε τροχός σε χρόνο 25sec.

10. Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα $f = 0,2\text{Hz}$. Ένα σώμα A μάζας $0,5\text{kg}$ παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s = 0,4$.

(α') Τοποθετούμε το σώμα A σε απόσταση $R = 1\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου. Πόση είναι η τριβή που δέχεται;

(γ') Έχοντας τοποθετήσει πάνω στο δίσκο το σώμα A, αυξάνουμε πολύ αργά την συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Ποια η μέγιστη συχνότητα περιστροφής που μπορεί να αποκτήσει ο δίσκος, χωρίς να ολισθήσει το σώμα A;

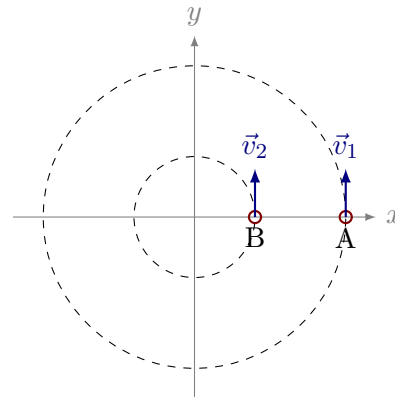
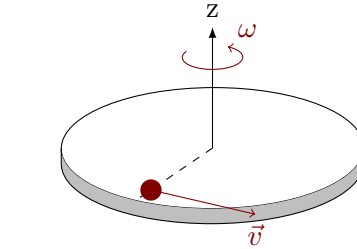
Δίνονται: $g = 10\text{m/s}^2$ ενώ $\pi^2 = 10$.

11. Δυο σώματα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα όπως στο σχήμα, να κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες 1m και $2,5\text{m}$, με το ίδιο κέντρο O και με ταχύτητες ίσων μέτρων $v_1 = v_2 = v = 3\text{m/s}$.

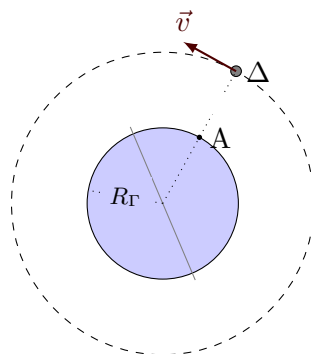
(α') Σε πόσο χρόνο για πρώτη φορά, οι επιβατικές τους ακτίνες σχηματίζουν γωνία 90° ;

(β') Σε πόσο χρόνο οι επιβατικές τους ακτίνες θα συμπέσουν για πρώτη φορά;

(γ') Σε πόσο χρόνο, επίσης για πρώτη φορά, τα δυο σώματα θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις;



12. Ένας δορυφόρος της Γης έχει μάζα $M = 1\text{Tn}$ και περιστρέφεται σε ύψος $h = R_\Gamma$, όπου $R_\Gamma = 6400\text{km}$ η ακτίνα της Γης. Ο δορυφόρος κάνει μία ολόκληρη περιστροφή κάθε $\frac{32\pi}{9}$ ώρες.



(α') Να βρεθεί η ταχύτητα του δορυφόρου σε km/h και m/s .

(β') Να βρεθεί το βάρος του δορυφόρου σε αυτό το ύψος.

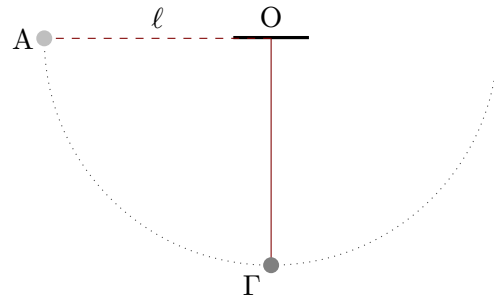
(γ') Να βρεθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας σε ύψος $h = R_\Gamma$.

(δ') Να βρεθεί το βάρος του δορυφόρου στην επιφάνεια της Γης πριν τεθεί σε τροχιά, αν $g_0 = 10\text{m/s}^2$.

(ε') Κάποια στιγμή ο δορυφόρος περνάει πάνω από την Αθήνα, που έχει γεωγραφικό πλάτος 38° . Σε πόσο χρόνο θα περάσει πάνω από τον βόρειο πόλο της Γης;

13. Ένα σώμα μάζας 2 kg είναι δεμένο σε άκρο νήματος μήκους 2 m και κρατείται με το νήμα οριζόντιο. Το σώμα αφήνεται να κινηθεί ελεύθερα. Να βρεθούν:

α'. Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 που περνάει από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του. β'. Η κεντρομόλος επιτάχυνση και η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή t_1 .



14. Υπολογίστε την περίοδο περιστροφής της Γης ώστε ένας άνθρωπος που βρίσκεται στον ισημερινό να αισθάνεται αβαρής. Πόσες ανατολές θα απολάμβανε τότε ο άνθρωπος σε 24 ώρες; Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_{\Gamma} = 6400 \text{ Km}$.

Υπόδειξη: Αυτό που αισθανόμαστε ως βάρος είναι η αντίδραση N του εδάφους...

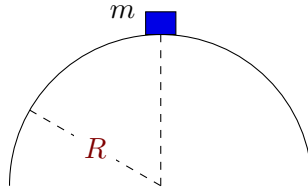
15. Βρείτε με ποια ταχύτητα πρέπει να κινείται ένα αεροπλάνο (προς τα δυτικά προφανώς...) ώστε ο πιλότος να απολαμβάνει ένα διαρκές ηλιοβασίλεμα (όσο έχει καύσιμα το αεροπλάνο του!). Δίνεται η ακτίνα $R_{\Gamma} = 6400 \text{ Km}$ και η περίοδος της Γης $T = 24 \text{ h}$.

Θεωρήστε το αεροπλάνο στην περιοχή κοντά στον ισημερινό και το ύψος που πετάει αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα της Γης.

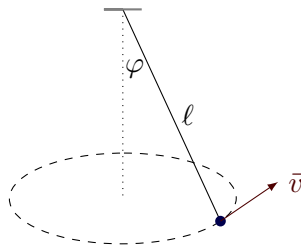
16. **Εκπαίδευση σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας.** Σε ένα ειδικά διαμορφωμένο Boeing 747 που διαγράφει κατάλληλο κατακόρυφο κυκλικό τόξο μπορούν να δημιουργηθούν συνθήκες έλλειψης βαρύτητας. Με δεδομένο ότι η ταχύτητα ταξιδιού του 747 είναι 800 km/h υπολογίστε την ακτίνα του κατακόρυφου τμήματος του κύκλου που πρέπει να διαγράφει το αεροσκάφος και εκτιμήστε τη διάρκεια του φαινομένου.

2.4 Προχωρημένα προβλήματα

17. **Ολίσθηση σε ημικύκλιο.** Μικρό σώμα m αφήνεται να ολισθήσει χωρίς τριβές από κορυφή ημικυκλίου ακτίνα R . Να βρεθεί η θέση (γωνία) που το σώμα θα χάσει την επαφή του με το ημικύκλιο.



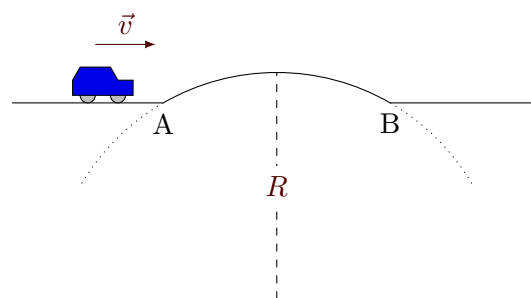
18. **Το κωνικό εκκρεμές.** Σφαιρίδιο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 1 \text{ m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα τίθεται σε περιστροφή διαγράφοντας κώνο γωνίας $\varphi = 30^\circ$. Η κίνηση γίνεται χωρίς τριβές.



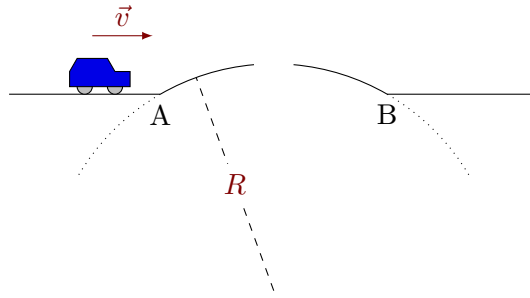
- (α') Να βρείτε την τάση του νήματος.
 (β') Να βρεθεί η συχνότητα της κίνησης.
 (γ') Με ποιά γραμμική ταχύτητα πρέπει να βληθεί οριζόντια το σώμα ώστε να διαγράψει τον συγκεκριμένο κώνο;
 (δ') Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια το σφαιριδίου (σε σχέση με το αδιατάρακτο σύστημα).

Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$ και $\sqrt{3} \simeq 1.7$.

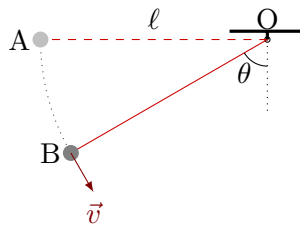
19. **Ριψοκίνδυνη Οδήγηση.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα \vec{v} σε ευθύγραμμο δρόμο. Στο σημείο A συναντά γέφυρα που είναι τόξο κύκλου ακτίνας R .



- (α') Θεωρούμε ότι η ταχύτητα παραμένει σταθερή καθώς το αυτοκίνητο ανεβαίνει στη γέφυρα. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το αυτοκίνητο ώστε να μην χάσει την επαφή του με τον δρόμο.
 (β') Θεωρήστε ότι το τόξο της γέφυρας είναι 60° , και το αυτοκίνητο κινείται χωρίς τριβές με νεκρά στο κιβώτιο. Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα στο οριζόντιο τμήμα του δρόμου ώστε να μην χάσει την επαφή με τον δρόμο στο υψηλότερο σημείο της γέφυρας.
 (γ') Η γέφυρα είναι σπασμένη στο ανώτερο σημείο της. Θεωρήστε ότι το τόξο της γέφυρας είναι 60° , και το αυτοκίνητο κινείται χωρίς τριβές με νεκρά στο κιβώτιο. Βρείτε τη ελάχιστη ταχύτητα στο οριζόντιο τμήμα του δρόμου ώστε να περάσει με ασφάλεια το αυτοκίνητο τον δρόμο της γέφυρας.



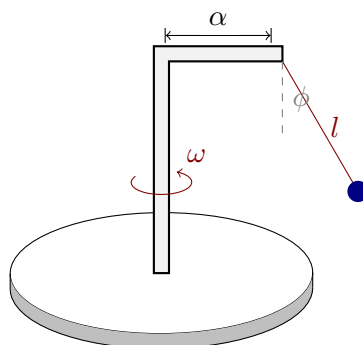
20. Ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 1 \text{ m}$ κρατείται οριζόντια τεντωμένο. Κάποια στιγμή αφήνεται και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα \vec{v} . Δίνεται ότι $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\upsilon\eta\theta=0,8$. Στην θέση αυτή να υπολογιστούν:



- (α') Το μέτρο v της ταχύτητας.
 (β') Η κεντρομόλος επιτάχυνση.
 (γ') Η τάση του νήματος.
 (δ') Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας.
 (ε') Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή η ισχύς της συνισταμένης δύναμης).
 (στ') Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας.

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

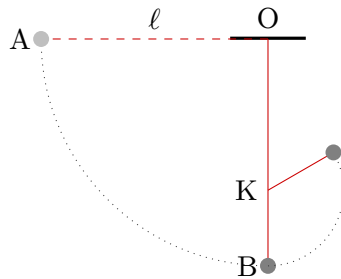
21. Στο παρακάτω σχήμα ένα εκκρεμές (νήμα της στάθμης) με σώμα μάζας m στερεώνεται σε βραχίονα που βρίσκεται σε περιστρεφόμενο δίσκο. Λόγω της περιστροφής το νήμα σχηματίζει γωνία ϕ με την κατακόρυφο. Αν γνωρίζουμε το μήκος α του βραχίονα και το μήκος l του νήματος να βρείτε:



- (α') Την τάση του νήματος.
 (β') Την κεντρομόλο δύναμη.
 (γ') Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου ω .
 (δ') Αν αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο διπλάσιας μάζας, πως θα μεταβληθεί η γωνία του νήματος;

Δίνεται το g .

22. Εκκρεμές μήκους ℓ με σώμα μάζας m είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το εκκρεμές αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση. Όταν το νήμα γίνεται κατακόρυφο συναντά ένα οριζόντιο λεπτό καρφί (στη θέση K, όπου $OK = \frac{2\ell}{3}$) και τυλίγεται σε αυτό.



- (α') Να βρεθεί η τάση του νήματος στην κατακόρυφη θέση.
 (β') Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας όταν το νήμα καθώς κατέρχεται σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.
 (γ') Στην ίδια θέση να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σώματος.
 (δ') Να εξεταστεί αν το νήμα θα κάνει ανακύκλωση γύρω από το καρφί.
23. **Guinness World Records.** Το παγκόσμιο ρεκόρ για ανακύκλωση σε μεγαλύτερο κατακόρυφο κύκλο με αυτοκίνητο το κατέχει ο Terry Grant. Στις 15 Σεπτεμβρίου 2015 στο Niederrad Racecourse της Γερμανίας, ο Grant, οδηγώντας μία Jaguar F-PACE, έκανε μία επιτυχημένη περιστροφή στον κατακόρυφο κυκλικό δρόμο ύψους 19,08 μέτρων, κερδίζοντας έτσι μία θέση στο βιβλίο ρεκόρ Guinness.



Εικόνα 1: Ο Terry Grant με την Jaguar στο ψηλότερο σημείο της διαδρομής.

- (α') Βρείτε την ελάχιστη ταχύτητα της Jaguar στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της.
 (β') Υπολογίστε την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει το αυτοκίνητο στο έδαφος ώστε, ακόμα και χωρίς να πατήσει το γκάτσι ο οδηγός, το αυτοκίνητο να πραγματοποιήσει επιτυχημένα την ανακύκλωση.
 (γ') Τα άρθρα των media ισχυρίζονται ότι ο οδηγός, κατά τη πραγματοποίηση της ανακύκλωσης, δέχθηκε επιταχύνσεις (G -Force) της τάξης των $6,5g$. Έχουν βάση αλήθειας οι ισχυρισμοί αυτοί; Σε ποια θέση της τροχιάς αναμένονται τόσο μεγάλες επιταχύνσεις;

Δίνεται πάντα το $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η μάζες του Grant και της Jaguar δεν μας έγιναν γνωστές.

3 Ορμή

3.1 Συνοπτική θεωρία

3.1.1 Ορμή

Ορίζουμε ορμή \vec{p} το διανυσματικό μέγεθος που ισούται με το γινόμενο της μάζας ενός σώματος επί την ταχύτητά του, δηλαδή $\vec{p} = m\vec{v}$

3.1.2 2^{ος} Νόμος του Newton

Αποδεικνύεται ότι η συνισταμένη δύναμη που δρα σε ένα σώμα είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του, ή $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$. Αυτή είναι και η μορφή του δεύτερου νόμου της κίνησης στο *Principia*...

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (10)$$

Η αντίστροφη συνεπαγωγή ισχύει μόνο αν η μάζα του σώματος παραμένει σταθερή.

3.1.3 Διατήρηση της ορμής

Σε ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων (δηλαδή ένα σύστημα στο οποίο οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν) η συνολική ορμή διατηρείται σταθερή. Δηλαδή:

$$\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή} \quad (11)$$

Η ορμή διατηρείται:

- Σε ένα σύστημα που δέν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις.
- Σε ένα σύστημα που δέχεται εξωτερικές δυνάμεις αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδέν.
- Σε κάθε κρούση.
- Σε κάθε έκρηξη.

3.2 Ερωτήσεις

- Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του
 - αυξάνεται γραμμικά με την ταχύτητα.
 - μειώνεται με τον χρόνο.
 - αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.
 - παραμένει σταθερός.
- Δύο μεταλλικές μπάλες σφαιροβολίας, η μία (Α) μάζας m και η άλλη (Β) μάζας $2m$, προσκρούουν κάθετα στο έδαφος με ίσες ορμές και σφηνώνονται σε αυτό σε ίσους χρόνους. Χαρακτηρίστε Σ/Λ τις παρακάτω προτάσεις.
 - Οι μπάλες πέφτουν στο έδαφος με ίσες ταχύτητες.
 - Η μεγάλη μπάλα έχει μεγαλύτερο μέτρο μεταβολής ορμής από ότι η μικρότερη.
 - Οι μπάλες δέχονται (μέσες) δυνάμεις ίσου μέτρου κατά τη κρούση τους.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τους είναι ίσος κατά την κρούση τους.
 - Η επιβραδύνσεις τους είναι ίσες κατά την κρούση.
- Δύο σώματα μαζών m_1 και m_2 , με $m_1 > m_2$ αφήνονται από το ίδιο ύψος να πέσουν κάθετα στο έδαφος. Υποθέτουμε αμελητέες τις αντιστάσεις του αέρα. Χαρακτηρίστε Σ/Λ τις παρακάτω προτάσεις.

- (α') Τα σώματα πέφτουν στο έδαφος με ίσες ταχύτητες.
 (β') Τα σώματα κατά την ελεύθερη πτώση τους έχουν ίσους ρυθμούς μεταβολής της ορμής τους.
 (γ') Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι ίδιος στα δύο σώματα.
 (δ') Η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 είναι μεγαλύτερη από τη μεταβολή της ορμής του σώματος m_2 κατά την κίνησή τους στον αέρα.
 (ε') Η ορμή των δύο σωμάτων αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό κατά την πτώση τους.
4. Ένα βλήμα με μάζα 0,05 Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα 800 m/s μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση 8 cm μέσα στον τοίχο. Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
 Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:
 (α') $2 \cdot 10^{-2}$ s (β') $2 \cdot 10^{-3}$ s (γ') $2 \cdot 10^{-4}$ s
 Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
5. Ένας πύραυλος καίει το καύσιμό του παράγοντας σταθερή δύναμη ώσης, μακριά από το πεδίο βαρύτητας της Γης (ή άλλου αστρικού σώματος). Για την κίνησή του ισχύει:
 (α') Ο πύραυλος κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση αφού δέχεται σταθερή δύναμη, και σύμφωνα με τον νόμο $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, θα έχει σταθερή επιτάχυνση.
 (β') Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ του είναι σταθερός.
 (γ') Η επιτάχυνση του πυραύλου αυξάνεται με τον χρόνο.
 (δ') Η μορφή $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ του β' νόμου του Νεύτωνα είναι ακριβέστερη στην περίπτωση αυτή γιατί το σώμα χάνει μάζα.
6. Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει
 (α') όταν στα σώματα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις.
 (β') όταν το σύστημα είναι μονωμένο.
 (γ') σε κάθε κρούση.
 (δ') όταν τα σώματα του συστήματος δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.
 (ε') όταν ασκούνται μόνο εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα.
7. Δύο σώματα ίσων μαζών m κινούνται με αντίρροπες ταχύτητες v και $2v$. Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων έχει μέτρο:
 (α') mv (β') μηδέν (γ') $3mv$ (δ') $-mv$
8. Δύο σώματα ίσων μαζών m κινούνται ομόρροπα με ταχύτητες v και $3v$. Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων έχει μέτρο:
 (α') mv (β') μηδέν (γ') $3mv$ (δ') $4mv$
9. Δύο σώματα μαζών $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ κινούνται με αντίρροπες ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 . Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά και το συσσωμάτωμα μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.
 (α') Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση έχει μέτρο:
 i. $m(v_1 + v_2)$ ii. μηδέν iii. $mv_1 - mv_2$ iv. $4m(v_1 - v_2)$
 (β') Για τη μεταβολή της ορμής των δύο σωμάτων ισχύει
 i. $\Delta \vec{p}_1 = -2\Delta \vec{p}_2$ ii. $\Delta \vec{p}_2 = -2\Delta \vec{p}_1$ iii. $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$ iv. $\Delta \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}_2$
 (γ') Για τις ταχύτητες δύο σωμάτων πριν την κρούση ισχύει:

- i. $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ ii. $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ iii. $\vec{v}_1 = -2\vec{v}_2$ iv. $\vec{v}_1 = 2\vec{v}_2$

10. Δύο σώματα μαζών $m_1 = m$ και $m_2 = 3m$ κινούνται με αντίθετες ορμές. Τα σώματα συγκρούονται ελαστικά.

(α') Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση έχει μέτρο:

- i. $mv_1 + 3mv_2$ ii. μηδέν iii. $3mv_2 - mv_1$

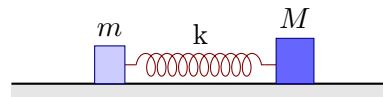
(β') Μετά την κρούση των δύο σωμάτων οι ορμές τους θα είναι

- i. ίσες ii. μηδέν iii. αντίθετες iv. ομόρροπες

(γ') Για τα μέτρα των ταχυτήτων δύο σωμάτων πριν την κρούση ισχύει:

- i. $v_1 = 2v_2$ ii. $v_1 = v_2$ iii. $v_1 = 3v_2$ iv. $v_2 = 3v_1$

11. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 με $m_1 > m_2$, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου που συγκρατείται συσπειρωμένο με νήμα. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα τινάζονται δεξιά και αριστερά, και όταν χάσουν την επαφή τους με το ελατήριο έχουν ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 .



Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- (α') Η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.
 (β') Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι μεγαλύτερη μετά την εκτίναξή τους.
 (γ') Τα σώματα μετά έχουν ίσες ορμές.
 (δ') Τα σώματα μετά έχουν αποκτήσει αντίθετες ταχύτητες.
 (ε') Τα σώματα έχουν αποκτήσει ίσες κινητικές ενέργειες.

12. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια μακριά σανίδα, πάνω στην οποία βρίσκεται ένας ξύλινος κύβος. Ένα βλήμα κινούμενο οριζόντια σφηνώνεται στον κύβο.



Σώμα m πάνω σε σανίδα M

- (α') Αν δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ κύβου και σανίδας, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.
- i. Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του βλήματος διατηρείται.
 - ii. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.
 - iii. Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά.
 - iv. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- (β') Αν εμφανίζεται τριβή μεταξύ κύβου και σανίδας, παρατηρούμε ότι η σανίδα κινείται προς τα δεξιά, ενώ μετά από λίγο σταματά να γλιστρά πάνω της ο κύβος. Η διάρκεια της κρούσης βλήματος-κύβου είναι αμελητέα, τότε:
- i. Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος διατηρείται.
 - ii. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.
 - iii. Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά λόγω της ορμής του κύβου.
 - iv. Η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος-σανίδα διατηρείται σταθερή.

(α') $\Delta p = 0$

(β') $\Delta p = 2mv$

(γ') $\Delta p = \sqrt{2}mv$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = T/4$, η μεταβολή της ορμής του σώματος έχει μέτρο ίσο με:

(α') $\Delta p = 0$

(β') $\Delta p = 2mv$

(γ') $\Delta p = \sqrt{2}mv$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

19. Ένα μπαλάκι του τένις, μάζας $m = 100$ g, κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 10$ m/s και συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο, οπότε ανακλάται και επιστρέφει με επίσης οριζόντια ταχύτητα ίδιου μέτρου.

Αν η επαφή της μπάλας με τον τοίχο διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,1$ s, τότε η μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη μπάλα κατά τη διάρκεια της επαφής:

(α') έχει μέτρο μηδέν

(β') έχει μέτρο 20 N και φορά προς τον τοίχο

(γ') έχει μέτρο 10 N και φορά από τον τοίχο προς τη μπάλα,

(δ') έχει μέτρο 20 N και φορά από τον τοίχο προς τη μπάλα. Μονάδες 4

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

20. 10. Σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , πού κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 έχοντας κινητική ενέργεια K_1 , συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Το συσσωμάτωμα πού προκύπτει έχει κινητική ενέργεια K . Αν $K = \frac{1}{2}K_1$, ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των δύο σωμάτων θα έχει τιμή
- (α') $\frac{1}{2}$ (β') 2 (γ') 1

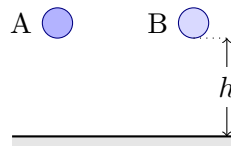
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

21. Σώμα μάζας m οποίο έχει κινητική ενέργεια κινείται, χωρίς τριβές, στην ίδια ευθεία πού βρίσκεται σώμα μάζας $3m$. Το συσσωμάτωμα πού προκύπτει μετά την κρούση παραμένει ακίνητο. Η κινητική ενέργεια πού μετατράπηκε σε θερμική κατά τη κρούση είναι:

(α') K (β') $4K/3$ (γ') $2K$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

22. Δύο μπάλες ίσων μαζών m , η A από πλαστικό και η B από πλαστελίνη, αφήνονται από το ίδιο ύψος h να πέσουν σε οριζόντιο επίπεδο. Η πλαστική μπάλα ανακλάται από το έδαφος με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που φτάνει σε αυτό, ενώ η μπάλα από πλαστελίνη κολλάει στο έδαφος, χάνοντας όλη την ταχύτητά της.



Αν το χρονικό διάστημα Δt της κρούσης σε κάθε περίπτωση είναι το ίδιο:

(α') Ποια μπάλα έχει μεγαλύτερη μεταβολή στην ορμή της;

(β') Ποια μπάλα δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από το έδαφος;

3.3 Ασκήσεις

1. Μία μπάλα μάζας $m = 0.25 \text{ Kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 20 \text{ m/s}$ χτυπάει σε τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης μέτρου $v_2 = 15 \text{ m/s}$. Η κρούση διαρκεί χρόνο 0.02 s . Να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της μπάλας.
(β') Η μέση δύναμη που δέχθηκε από τον τοίχο.

2. Μία σφαίρα μάζας $m = 0.01 \text{ Kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 100 \text{ m/s}$ χτυπάει σε τοίχο και σφηνώνεται σε αυτόν. Αν η διάρκεια της σύγκρουσης είναι 0.01 s , να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας.
(β') Η μέση δύναμη που άσκησε η σφαίρα στον τοίχο.

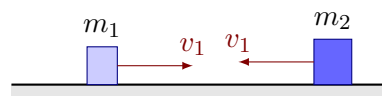
3. Μία μπάλα μάζας $m = 0.5 \text{ Kg}$ κινείται με κατακόρυφη ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ την στιγμή που χτυπάει στο έδαφος και αναπηδά με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης μέτρου $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Η κρούση διαρκεί χρόνο 0.02 s . Να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της μπάλας.
(β') Η μέση δύναμη που δέχθηκε από το έδαφος.
(γ') Η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση.

4. Ένας τερματοφύλακας αποκρούει την μπάλα, μάζας $m = 1 \text{ kg}$, που έρχεται προς αυτόν με ταχύτητα μέτρου $v = 25 \text{ m/s}$.

- (α') Αν πιάσει τη μπάλα μηδενίζοντας την ταχύτητά της σε χρόνο 0.01 sec πόση δύναμη θα δεχθεί ο τερματοφύλακας από τη μπάλα;
(β') Αν χρησιμοποιήσει τις γροθιές του διώχνοντας τη μπάλα στην ίδια διεύθυνση με αυτή που έρχεται, κάνοντας τη μπάλα να χάσει το 50% του μέτρου της ταχύτητάς της, και η διάρκεια της κρούσης είναι 0.01 sec :
i. Βρείτε τη μεταβολή της ταχύτητας.
ii. Βρείτε τη (μέση) δύναμη που δέχθηκε ο τερματοφύλακας από τη μπάλα.

5. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κινούνται δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα, το ένα προς το άλλο, με ταχύτητες που έχουν το ίδιο μέτρο $u = 5 \text{ m/s}$.



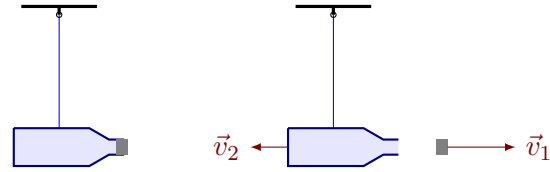
- (α') Να βρείτε την ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων.
(β') Αν το Α σώμα μετά την κρούση, κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου 7 m/s , με ποια ταχύτητα θα κινηθεί το σώμα Β;
(γ') Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος που οφείλεται στην κρούση.
(δ') Στην παραπάνω κρούση η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6. Ένα σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου 10 m/s . Ξαφνικά διασπάται σε δύο ίσα κομμάτια που κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις.

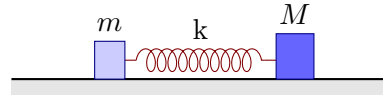
- (α') Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο κομματιών αν η ταχύτητα του ενός κομματιού είναι η μισή της ταχύτητας του άλλου.
(β') Αν η μάζα m του σώματος είναι 2 Kg να βρεθεί η ενέργεια που απελευθερώθηκε από την έκρηξη.

7. Ένα δοχείο μάζας $m_2 = 400\text{ g}$ περιέχει αέρα και είναι κλεισμένο με πώμα μάζας $m_1 = 200\text{ g}$. Θερμαίνουμε το δοχείο μέχρι που η πίεση να εκτοξεύσει το πώμα. Μετά το δοχείο, που είναι δεμένο σε νήμα, ανυψώνεται κατά $h = 20\text{ cm}$. Να βρεθούν:

- (α') Η ταχύτητα v_2 του δοχείου αμέσως μετά την "έκρηξη".
- (β') Η ταχύτητα v_1 με την οποία εκτοξεύτηκε το πώμα.
- (γ') Η ενέργεια που απελευθερώθηκε.

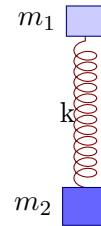


8. Δύο σώματα, $M = 2\text{ Kg}$ και $m = 1\text{ Kg}$, βρίσκονται στις άκρες ενός οριζόντιου ελατηρίου που κρατείται συμπιεσμένο με ένα νήμα. Το νήμα κόβεται και τα σώματα εκτοξεύονται δεξιά και αριστερά. Αν η ταχύτητα του σώματος M μετρήθηκε $v_1 = 5\text{ m/s}$, αμέσως όταν εγκαταλείπει το ελατήριο, να βρεθούν:



- (α') Η ταχύτητα v_2 του σώματος m .
- (β') Η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο ελατήριο.
- (γ') Αμέσως μετά από τη στιγμή που χάνεται η επαφή κάθε σώματος με το ελατήριο, τα σώματα εισέρχονται σε περιοχή με συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Να βρεθεί πόσο διάστημα θα διανύσει κάθε σώμα στο τραχύ έδαφος.

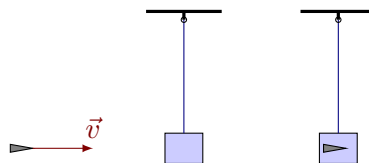
9. Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1 = 0,3\text{ kg}$ και $m_2 = 0,5\text{ kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 40\text{ N/m}$ και φυσικού μήκους $\ell_0 = 0,4\text{ m}$. Συγκρατούμε με το χέρι μας το A σώμα, ενώ το B ταλαντώνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το σώμα A, οπότε το σύστημα των σωμάτων πέφτει ελεύθερα.



- (α') Σε μια στιγμή t_1 που το μήκος του ελατηρίου είναι $\ell_1 = 0,6\text{ m}$ να βρεθούν:
 - i. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A
 - ii. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του B σώματος.
- (β') Διατηρείται η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

10. Ένα ξύλινο σώμα Σ μάζας $M = 950\text{ g}$ κρέμεται από νήμα μήκους $2,5\text{ m}$. Ένα βλήμα μάζας $m = 50\text{ g}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 100\text{ m/s}$ σφηνώνεται στο Σ .



- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- (β') Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος ώστε αυτό να μη σπάσει;
- (γ') Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;

(δ') Να βρεθεί η γωνία που θα σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο όταν θα σταματήσει στιγμιαία την άνοδό του το συσσωμάτωμα ξύλου-βλήματος.

(ε') Με πόση ταχύτητα θα έπρεπε να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο ώστε το συσσωμάτωμα

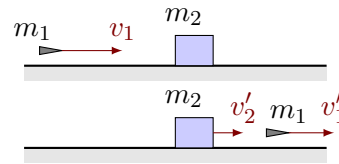
i. Να φτάσει στην θέση όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο.

ii. Να κάνει ανακύκλωση.

Να θεωρήσετε ότι το νήμα έχει επαρκές όριο θραύσης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

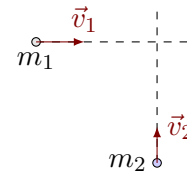
11. Βλήμα μάζας $m_1 = 0,1\text{ kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 400\text{ m/s}$ και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας $m_2 = 2\text{ kg}$ που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $v'_1 = 100\text{ m/s}$ σε χρόνο $\Delta t_1 = 0,1\text{ s}$. Να βρείτε:



(α') Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο

(β') τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.

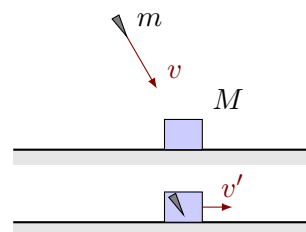
12. Δύο σώματα μαζών $m_1 = 1\text{ Kg}$ και $m_2 = 4\text{ Kg}$ κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $v_1 = 30\text{ m/s}$ και $v_2 = 10\text{ m/s}$. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, ενώνονται και κινούνται ως ένα σώμα.



(α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος κατά μέτρο και διεύθυνση.

(β') Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα.

13. Σώμα μάζας $M = 18\text{ Kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m = 2\text{ Kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 100\text{ m/s}$, που το διάνυσμά της σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ ως προς το έδαφος. Το βλήμα συγκρούεται πλαστικά με το σώμα και σφηνώνεται σε αυτό.



Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά αλλά κινείται μόνο στην οριζόντια διεύθυνση.

(α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά από την κρούση.

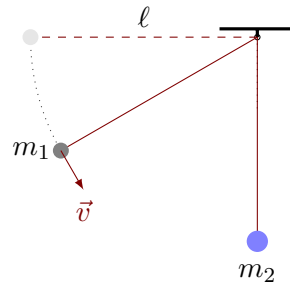
(β') Να υπολογιστεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος-βλήματος.

(γ') Αν δεχθούμε ότι το φαινόμενο διαρκεί χρόνο $0,3\text{ sec}$, να βρεθεί η (μέση) δύναμη που ασκεί το έδαφος στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται: $\eta\mu\varphi \approx 0,87$, $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,5$

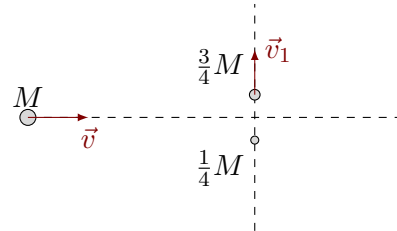
14. Σώμα $m_1 = 1\text{ Kg}$ και σώμα $m_2 = 4\text{ Kg}$ κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες $v_1 = 20\text{ m/s}$ και $v_2 = 10\text{ m/s}$ σε λείο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά. Βρείτε τη ταχύτητα του συσσωματώματος και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

15. Δύο σώματα μαζών $m_1 = 3\text{ Kg}$ και $m_2 = 1\text{ Kg}$ είναι δεμένα σε ίσα νήματα μήκους $\ell = 0,8\text{ m}$. Εκτρέπουμε το σώμα m_1 κατά γωνία 90° , ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και αφήνουμε το σώμα να κινηθεί. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με το δεύτερο ακίνητο σώμα m_2 και το συσσωμάτωμα κινείται δεμένο στο νήμα (νήματα). Να βρεθούν:



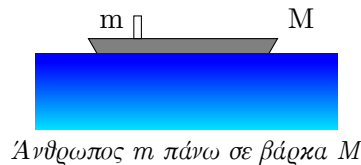
- (α') Η ταχύτητα του m_1 όταν συγκρούεται με το m_2 .
- (β') Η ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.
- (γ') Η τάση του νήματος στο συσσωμάτωμα ακριβώς μετά την κρούση.
- (δ') Το μέγιστο κατακόρυφο ύψος στο οποίο θα ανέβει το συσσωμάτωμα.

16. Ένας δορυφόρος της Γης κινείται με ταχύτητα $v = 8 \text{ Km/s}$ και ξαφνικά λόγω προβλήματος διασπάται εκρηκτικά σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι (όπως το παρατήρησαν οι επιστήμονες αμέσως μετά την έκρηξη) έχει μάζα $\frac{3}{4}M$ και κινείται σε διεύθυνση κάθετη στην αρχική ταχύτητα του δορυφόρου με μέτρο $v_1 = 6 \text{ Km/s}$. Βρείτε:

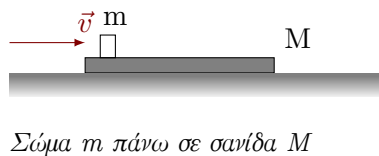


- (α') Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας του άλλου κομματιού του δορυφόρου.
- (β') Την ενέργεια της έκρηξης.

17. Μία βάρκα μάζας M επιπλέει σε λίμνη. Στη βάρκα βρίσκεται άνθρωπος μάζας $m = M/4$ στην μία άκρη της. Ο άνθρωπος μετακινείται στο άλλο άκρο της βάρκας, που έχει μήκος L . Πόσο θα έχει μετακινηθεί η βάρκα όταν ο άνθρωπος σταματήσει στην άλλη άκρη της;



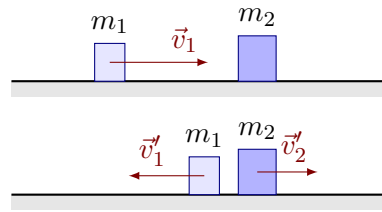
18. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$ και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $v_0 = 5 \text{ m/s}$ και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, όπως στο σχήμα.



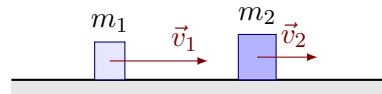
- (α') Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του σώματος Σ τη στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$, καθώς και η ορμή του τη στιγμή αυτή.
- (β') Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας την παραπάνω στιγμή;
- (γ') Να υπολογιστεί η συνολική μηχανική ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική εξαιτίας της τριβής, μέχρι να πάψει να ολισθαίνει το σώμα Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

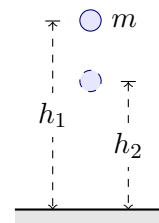
19. Σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20 \text{ m/s}$ συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 4 \text{ Kg}$. Μετά τη σύγκρουση το πρώτο σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 12 \text{ m/s}$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την αρχική, όπως στο σχήμα.



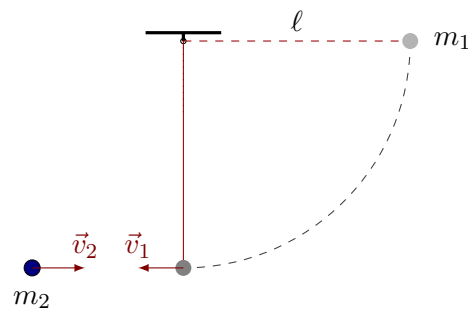
- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του δεύτερου σώματος αμέσως μετά την κρούση.
 (β') Να υπολογιστεί η αρχική και η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος. Να χαρακτηριστεί η κρούση ελαστική, μη-ελαστική ή πλαστική.
 (γ') Το δεύτερο σώμα παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0.4$ με το επίπεδο κίνησης. Να βρεθεί η απόσταση που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει.
 20. Δύο σώματα μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 8 \text{ m/s}$, και $m_2 = 3 \text{ Kg}$ κινούμενο με ομόρροπη ταχύτητα $v_2 = 4 \text{ m/s}$ κάποια στιγμή συγκρούονται πλαστικά.



- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 (β') Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος 1 και η μεταβολή της ορμής του σώματος 2 κατά την κρούση.
 (γ') Να βρεθεί η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.
 (δ') Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση.
 21. Σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1 = 7,2 \text{ m}$. Το σώμα χτυπάει στο έδαφος και ανακλάται προς τα πάνω φτάνοντας σε ύψος $h_2 = 5 \text{ m}$.
 Αν η διάρκεια της σύγκρουσής του με το έδαφος είναι $\Delta t = 0.02 \text{ s}$.



- (α') Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της καθόδου.
 (β') Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος κατά την κρούση.
 (γ') Να υπολογιστεί η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν υποθέσουμε ότι αυτή είναι σταθερή.
 (δ') Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το σώμα από το έδαφος κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν υποθέσουμε ότι αυτή είναι σταθερή.
 (ε') Να βρεθεί το έργο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το έδαφος κατά την κρούση.
 22. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 1,25 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται από το σημείο Α, με το νήμα οριζόντιο, και διαγράφει το τεταρτοκύκλιο που φαίνεται στο σχήμα. Διερχόμενο από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του Β, όπου η ταχύτητα του έχει μέτρο v_1 , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα v_2 αντίθετης κατεύθυνσης από την v_1 .

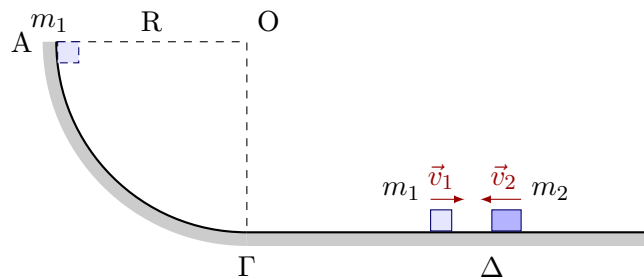


Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 4 \text{ m/s}$, με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας v_2 . Να υπολογίσετε:

- (α') Το μέτρο της ταχύτητας v_1 . Μονάδες 6
 (β') Την τάση του νήματος καθώς το σώμα διέρχεται από το σημείο B. Μονάδες 7
 (γ') Το μέτρο της ταχύτητας v_2 . Μονάδες 6
 (δ') Την αύξηση της θερμικής ενέργειας κατά την κρούση. Μονάδες 6

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

23. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο A λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ($\widehat{A\Gamma}$). Η ακτίνα OA είναι οριζόντια και ίση με $R = 5 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου $\widehat{A\Gamma}$. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $S_1 = 3,6 \text{ m}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά¹ στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1 , με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

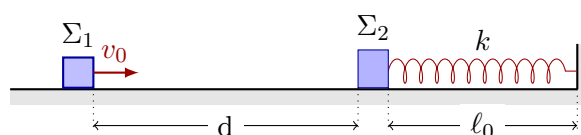


- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα OΓ είναι κατακόρυφη.
 (β') Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση, [αν δίνεται ότι το σώμα Σ_1 μετά την κρούση αλλάζει φορά κίνησης και η ταχύτητά του έχει μέτρο $v'_1 = 10 \text{ m/s}$.]
 (γ') Δίνεται η μάζα του σώματος Σ_2 , $m_2 = 3 \text{ kg}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.
 (δ') Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση.

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Θέμα γ' - Πανελλήμιες 2016

24. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω v_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1 \text{ m}$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



¹Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

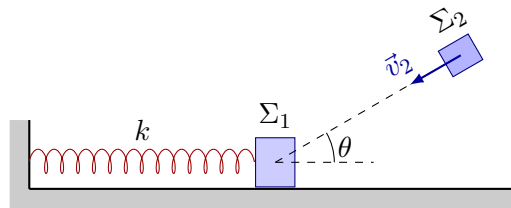
Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική² και ελαστική³, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $v'_1 = \sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s².

- (α') Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ_1 . Μονάδες 6
 (β') Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. Μονάδες 6
 (γ') Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται: $\sqrt{10} \approx 3,2$. Μονάδες 6
 (δ') Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1$ kg και $k = 105$ N/m. Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Πανελλήμιες 2013

25. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1$ kg, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3$ kg. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $v_2 = 8$ m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $\sin\varphi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές.



- (α') Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 (β') Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.
 (γ') Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

²Κεντρική ή μετωπική είναι η κρούση δύο σωμάτων που έχουν διανύσματα ταχυτήτων πάνω στην ευθεία που συνδέει τα κέντρα τους.

³Για την ελαστική κρούση γνωρίζουμε ότι η κινητική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση, και για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων ισχύει: $v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$.

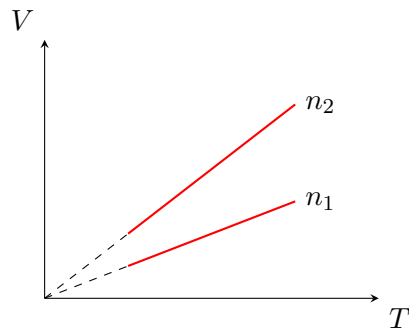
4 Νόμοι Αερίων

4.1 Ερωτήσεις

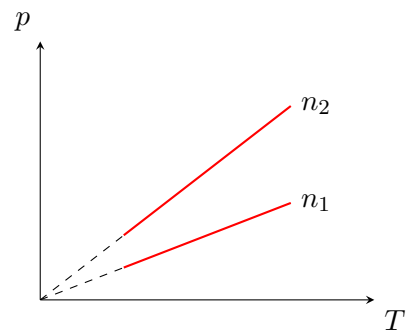
1. Σε δοχείο σταθερού όγκου περιέχεται αέριο. Για να τετραπλασιαστεί η πίεση και ταυτόχρονα να διπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία, πρέπει με κάποιον τρόπο η μάζα του αερίου
 (α') να παραμείνει ίδια (β') να διπλασιαστεί (γ') να υποδιπλασιαστεί

2. Η απόλυτη θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται, υπό σταθερή πίεση. Για να αποκτήσει το αέριο την αρχική του θερμοκρασία, υπό σταθερό όγκο, πρέπει η πίεση του
 (α') να υποδιπλασιαστεί. (γ') να τετραπλασιαστεί.
 (β') να διπλασιαστεί. (δ') να υποτετραπλασιαστεί.

3. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η ισοβαρής μεταβολή δύο ιδανικών αερίων με αριθμό mol n_1 και n_2 . Οι δύο μεταβολές αντιστοιχούν στην ίδια πίεση p . Ισχύει: (να δικαιολογηθεί η επιλογή σας)
 (α') $n_1 > n_2$. (β') $n_1 < n_2$. (γ') $n_1 = n_2$.



4. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η ισόχωρη μεταβολή δύο ιδανικών αερίων με αριθμό mol n_1 και n_2 . Οι δύο μεταβολές αντιστοιχούν στον ίδιο όγκο V . Ισχύει: (να δικαιολογηθεί η επιλογή σας)
 (α') $n_1 > n_2$. (β') $n_1 < n_2$. (γ') $n_1 = n_2$.



5. Ένα αέριο συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι διπλασιασμού της πίεσής του. Το αέριο μπορεί να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση: (Επιλέξτε τις σωστές μεταβολές και κάντε το αντίστοιχο P-V διάγραμμα).

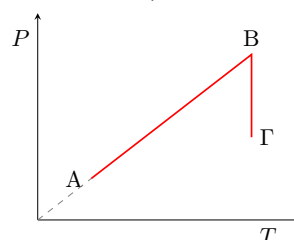
- (α') Με ισόχωρη θέρμανση και ισοβαρή θέρμανση. (γ') Με ισοβαρή ψύξη και ισόχωρη θέρμανση.
 (β') Με ισοβαρή θέρμανση και ισόχωρη ψύξη. (δ') Με ισόχωρη ψύξη και ισοβαρή θέρμανση.

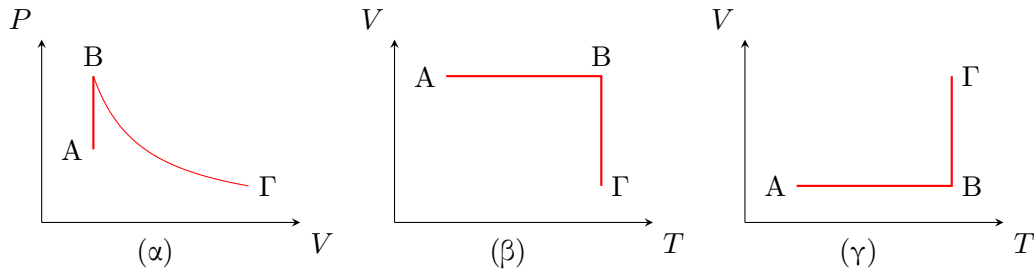
6. Θερμαίνουμε ένα μεταλλικό δοχείο λαδιού στο οποίο έχουμε αφήσει ανοιχτό το καπάκι. Η μεταβολή αυτή είναι: (Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας).

- (α') Ισόχωρη θέρμανση. (γ') Ισόθερμη εκτόνωση.
 (β') Ισοβαρής θέρμανση. (δ') Τίποτα από τις παραπάνω.

7. Δίνονται οι μεταβολές AB, BΓ μιας ποσότητας αερίου του παρακάτω διαγράμματος.

- (α') Να χαρακτηριστούν οι μεταβολές.
 (β') Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την ίδια μεταβολή του αερίου.





8. Ένα αέριο συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι διπλασιασμού της πίεσής του. Η πυκνότητα του αερίου.

(α') Υποδιπλασιάστηκε.

(γ') Παρέμεινε σταθερή.

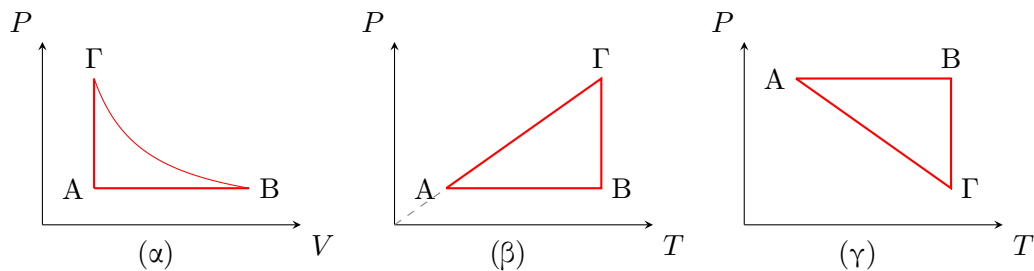
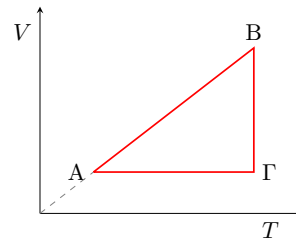
(β') Διπλασιάστηκε.

(δ') Δεν μπορούμε να ξέρουμε.

9. Δίνονται οι μεταβολές AB, BΓ και ΓΔ μιας ποσότητας αερίου του παρακάτω διαγράμματος.

(α') Να χαρακτηριστούν οι μεταβολές.

(β') Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την ίδια μεταβολή του αερίου.



10. Ένα δοχείο με σταθερά τοιχώματα περιέχει αέριο σε θερμοκρασία T_0 και πίεση P_0 . Θερμαίνουμε το αέριο και η θερμοκρασία του αυξάνεται κατά $\Delta T = \frac{3}{2}T_0$. Η τελική πίεση του αερίου είναι:

(α') $\frac{5}{2}P_0$

(β') $\frac{2}{5}P_0$

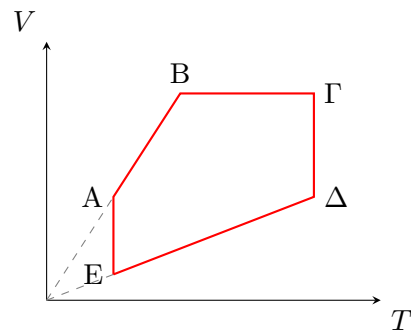
(γ') $\frac{3}{2}P_0$

(δ') $\frac{2}{3}P_0$

4.2 Προβλήματα

1. Ιδανικό αέριο εκτελεί τις παρακάτω μεταβολές του σχήματος.

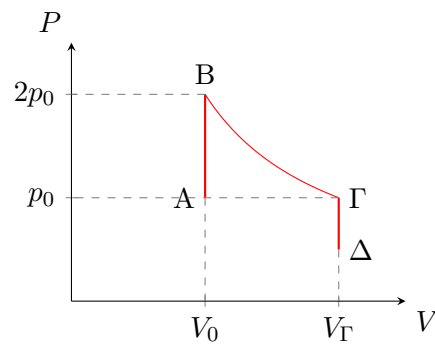
- (α') Να χαρακτηριστούν οι μεταβολές.
- (β') Να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα P-T και P-V.



2. Ιδανικό αέριο εκτελεί τις παρακάτω μεταβολές: AB ισόχωρη θέρμανση από κατάσταση A (P_0, V_0, T_0) σε κατάσταση B όπου έχει διπλάσια πίεση. BΓ ισόθερμη εκτόνωση στην αρχική πίεση. ΓΔ Ισόχωρη ψύξη σε θερμοκρασία $T_\Delta = \frac{T_\Gamma}{2}$.

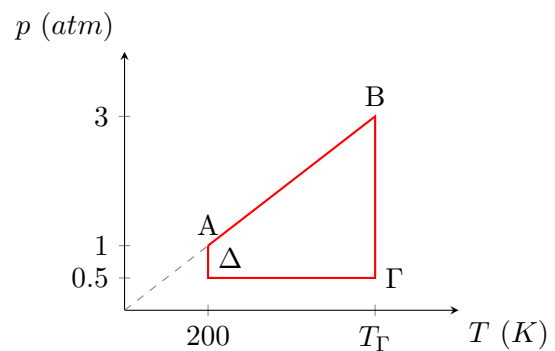
- (α') Να βρεθούν συναρτήσεις των αρχικών τιμών τα P, V, T σε κάθε κατάσταση B, Γ, Δ.
- (β') Να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα P-T

και V-T.



3. Ορισμένη ποσότητα αερίου διαγράφει την κυκλική μεταβολή του παρακάτω σχήματος, όπου ο όγκος στην κατάσταση A είναι ίσος με 2L.

- (α') Να χαρακτηριστούν οι επιμέρους μεταβολές.
- (β') Να βρεθούν οι τιμές όγκου και θερμοκρασίας για τις καταστάσεις B, Γ και Δ.
- (γ') Να γίνουν τα διαγράμματα p-V και V-T για τις μεταβολές του αερίου.

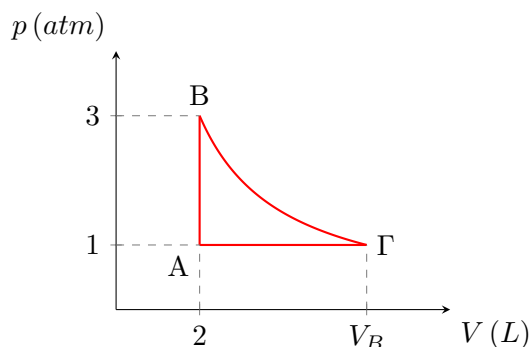


4. Ένα αέριο βρίσκεται σε δοχείο σε κατάσταση A και υπόκειται στις παρακάτω μεταβολές:

- α) Θερμαίνεται ισόχωρα μέχρι να διπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία του ερχόμενο σε κατάσταση B.
- β) Θερμαίνεται ισοβαρώς μέχρι κατάσταση Γ με διπλάσιο όγκο.
- γ) Εκτονώνεται ισόθερμα ερχόμενο σε κατάσταση Δ αποκτώντας την αρχική του πίεση,
- δ) Ισοβαρώς επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση A.

Να παραστήσετε τις μεταβολές σε άξονες p-V, p-T και V-T.

5. Ιδανικό αέριο εκτελεί τις παρακάτω μεταβολές του σχήματος.

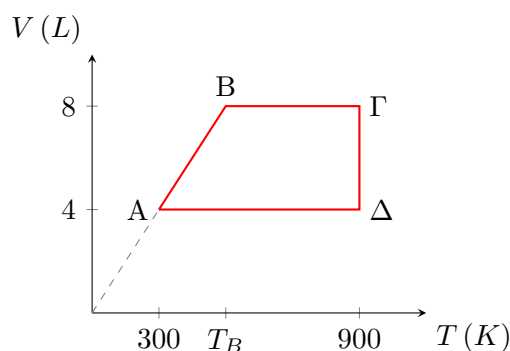


- (α') Να χαρακτηριστούν οι μεταβολές.
 (β') Να βρεθεί η θερμοκρασία T_A και ο όγκος V_B .
 (γ') Να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα P-T και V-T.

Δίνεται ότι $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$ και $T_\Gamma = 900 \text{ K}$.

6. Ίδανικό αέριο με $n = \frac{2}{R}$ mol εκτελεί τις παρακάτω μεταβολές του σχήματος.

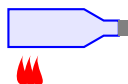
- (α') Να χαρακτηριστούν οι μεταβολές.
 (β') Να βρεθούν οι πιέσεις, οι θερμοκρασίες και οι όγκοι στα σημεία B, Γ, Δ.
 (γ') Να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα P-T και P-V.



7. Σε ένα μπουκάλι με ανοιχτό στόμιο περιέχεται αέρας σε θερμοκρασία 27°C . Θερμαίνουμε το αέριο μέχρι να ανέβει η θερμοκρασία του στους 127°C .



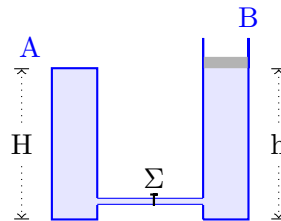
- (α') Η παραπάνω θέρμανση είναι η γνωστή μας ισοβαρής θέρμανση;
 (β') Τι ποσοστό του αρχικού αριθμού μορίων που περιέχονται στο δοχείο, εξέρχονται στην ατμόσφαιρα;
 8. Ένα γυάλινο μπουκάλι κλείνεται με φελλό. Μέσα σε αυτό περιέχεται 1 L αέρας σε θερμοκρασία 27°C και πίεση 1 atm. Θερμαίνουμε το αέριο μέχρι να ανέβει να τιναχθεί ο φελλός. Αυτό γίνεται όταν η θερμοκρασία του αερίου φτάνει στους 327°C .



- (α') Να βρεθεί η πίεση που αντέχει ο φελλός πριν τιναχθεί.
 (β') Πόσα mol αερίου περιέχονται αρχικά στο μπουκάλι; (συναρτήσει του R).
 (γ') Τι ποσοστό του αρχικού αριθμού μορίων που περιέχονται στο δοχείο, εξέρχονται στην ατμόσφαιρα;

Θεωρήστε ότι η θερμοκρασία του αερίου μέσα στο μπουκάλι παραμένει σταθερή αμέσως μετά το τίναγμα του φελλού. Επίσης ότι $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$.

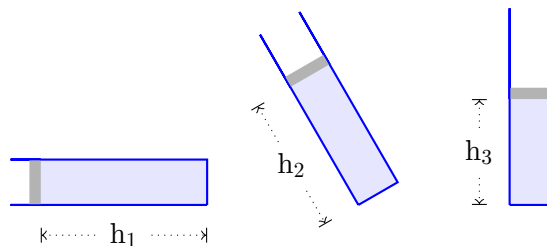
9. Δύο κυλινδρικά δοχεία A και B επικοινωνούν με σωλήνα αμελητέου πάχους και έχουν το ίδιο εμβαδόν βάσης $A = 90 \text{ cm}^2$. Το δοχείο B κλείνεται με αβαρές έμβολο, ενώ το A είναι κλειστό. Αρχικά οι όγκοι των δύο δοχείων είναι ίσοι, με ύψος δοχείων $h = H = 40 \text{ cm}$. Στον σωλήνα σύνδεσης έχει προσαρμοστεί στρόφιγγα, η οποία αρχικά είναι ανοικτή. Κλείνουμε την στρόφιγγα και στη συνέχεια προσθέτουμε πάνω στο έμβολο σιγά-σιγά άμμο με αποτέλεσμα το έμβολο να κατέβει κατά 4 cm . Τα τοιχώματα των δοχείων είναι αγωγίμα οπότε η θερμοκρασία δεν μεταβάλλεται στη διάρκεια του πειράματος.



- (α') Να βρεθεί το βάρος της άμμου που προσθέσαμε πάνω στο έμβολο.
 (β') Ανοίγουμε την στρόφιγγα. Να βρεθεί η τελική θέση του εμβόλου.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm} = 10^5 / \text{m}^2$.

10. Δοχείο με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές περιέχει $n = \frac{1}{R}$ mol αέρα, σε θερμοκρασία 27°C . Η ατμοσφαιρική πίεση στην περιοχή είναι 1 atm . Να βρεθεί ο όγκος του αερίου όταν αυτό είναι οριζόντιο.



Το δοχείο περιστρέφεται και σχηματίζει γωνία 60° με το έδαφος. Το βάρος του εμβόλου είναι 3 Kg και το εμβαδό διατομής του $A = 20 \text{ cm}^2$. Να βρεθεί η νέα πίεση του αερίου.
 Το δοχείο στέκεται κατακόρυφα στο έδαφος. Να βρεθεί η νέα πίεση του αερίου και ο όγκος του.
 Η θερμοκρασία του αερίου να θεωρηθεί σταθερή.

5 Κινητική Θεωρία Αερίων

5.1 Ερωτήσεις

- Σε ένα δοχείο υπάρχουν N μόρια, ενός ιδανικού αερίου, με κάποιες τυχαίες ταχύτητες. Αν διπλασιαστούν (με κάποιο τρόπο) οι ταχύτητες όλων των μορίων, τι από τα παρακάτω δεν θα συμβεί;
 - Θα διπλασιαστεί και η ενεργός ταχύτητα των μορίων.
 - Θα τετραπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια (λόγω μεταφορικής κίνησης) των μορίων του.
 - Θα διπλασιαστεί και η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.
 - Θα τετραπλασιαστεί η πίεση του αερίου.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

5.2 Ασκήσεις

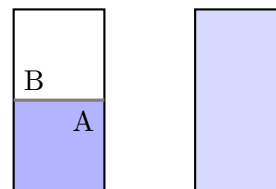
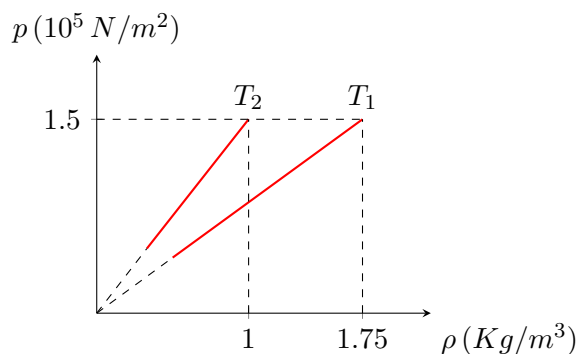
- Σε δοχείο περιέχονται $2 \cdot 10^{19}$ μόρια/cm³ ασκώντας πίεση $2 \cdot 10^5$ N/m².

- Ποια η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου;
- Ποια η θερμοκρασία του αερίου;

Δίνεται η σταθερά Boltzmann $k = 1,4 \cdot 10^{-23}$ J/K.

- Στο διάγραμμα παριστάνεται η μεταβολή της πίεσης ενός αερίου συναρτήσει της πίεσης για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T_2 και $T_1 = 300$ K. Να βρεθούν:

- Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στις δύο παραπάνω θερμοκρασίες.
- Η θερμοκρασία T_2 .



- Ένα κυλινδρικό δοχείο, με τοιχώματα από μονωτικό υλικό, χωρίζεται με ένα διάφραγμα, εμβαδού $A = 0,01$ m² σε δύο ίσα μέρη A και B. Στο A περιέχεται μια ποσότητα αζώτου, ενώ το B είναι κενό. Η θερμοκρασία στο μέρος A είναι $T_A = 400$ K ενώ το διάφραγμα δέχεται δύναμη $F = 2000$ N από το αέριο.

- Να βρεθεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου εξαιτίας της άτακτης μεταφορικής κίνησής τους τους.
- Να υπολογιστεί ο αριθμός μορίων ανά μονάδα όγκου στο μέρος A.
- Σε μια στιγμή το διάφραγμα αφαιρείται, οπότε το αέριο «γεμίζει» όλο τον όγκο του δοχείου.
 - Κατά τη διαδικασία αυτή παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία δεν άλλαξε. Μπορείτε να ερμηνεύσετε, λαμβάνοντας υπόψη την κινητική θεωρία, την παρατήρηση αυτή;
 - Να υπολογιστεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αζώτου.

Δίνονται: $R = 8,3$ J/mol · K, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol, $M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

6 Θερμοδυναμική

6.1 Τυπολόγιο Θερμοδυναμικής

Πίνακας 1: Οι Μεταβολές Συνοπτικά

Μεταβολή	Q, W, ΔU	Παρατηρήσεις
<p>Ισόθερμη Μεταβολή Νόμος Boyle</p> <p>$pV = \text{σταθερό}$ (12) $p_1V_1 = p_2V_2$ (13)</p>	<p>$Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ (14)</p> <p>$W = Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ (15)</p> <p>$\Delta U = 0$ (16)</p>	
<p>Ισόχωρη Μεταβολή Νόμος Charles</p> <p>$\frac{p}{T} = \text{σταθερό}$ (17) $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ (18)</p>	<p>$Q = nC_V\Delta T$ (19)</p> <p>$W = 0$ (20)</p> <p>$\Delta U = nC_V\Delta T$ (21)</p>	
<p>Ισοβαρής Μεταβολή Νόμος Gay-Lussac</p> <p>$\frac{V}{T} = \text{σταθερό}$ (22) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (23)</p>	<p>$Q = nC_p\Delta T$ (24)</p> <p>$W = p\Delta V$ (25)</p> <p>$\Delta U = nC_V\Delta T$ (26)</p>	
<p>Αδιαβατική Μεταβολή Νόμος Poisson</p> <p>$pV^\gamma = \text{σταθερό}$ (27) $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ (28)</p>	<p>$Q = 0$ (29)</p> <p>$W = -\Delta U$ (30)</p> <p>$\Delta U = nC_V\Delta T$ (31)</p> <p>$W = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{1 - \gamma}$ (32)</p>	
Συνεχίζεται →		

Πίνακας 1 - Οι Μεταβολές Συνοπτικά - συνέχεια

Μεταβολή	Q, W, ΔU	Παρατηρήσεις
Κυκλική Μεταβολή	$\Delta U = 0 \quad (33)$ $W = Q \quad (34)$ $W = \text{εμβαδό} \quad (35)$	

Πίνακας 2: Οι υπόλοιποι τύποι

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$W = p\Delta V \quad (36)$	Έργο αερίου.	Θετικό όταν $\Delta V > 0$ Αρνητικό αν $\Delta V < 0$ Υπολογίζεται από το εμβαδό στο διάγραμμα $p - V$.
$U = \frac{3}{2}nRT \quad (37)$	Εσωτερική ενέργεια	
$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T \quad (38)$	Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας	Εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος, και όχι από τον δρόμο της μεταβολής.
$Q = \Delta U + W \quad (39)$	1 ^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος	
$e < 1 \quad (40)$	2 ^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος	$e =$ συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής
$Q = mc\Delta T \quad (41)$	Βασική εξίσωση Θερμιδομετρίας	
$C_V = \frac{3}{2}R \quad (42)$	Γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερό όγκο, C_V	Ιδανικό μονοατομικό αέριο.
$C_p = \frac{5}{2}R \quad (43)$	Γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερή πίεση, C_p	Ιδανικό μονοατομικό αέριο.
$C_p = C_V + R \quad (44)$	Σχέση C_p και C_V .	
Συνεχίζεται →		

Πίνακας 2 - Οι υπόλοιποι τύποι - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ (45)	Ορισμός αδιαβατικού συντελεστή γ	
$e = \frac{W}{Q_h}$ (46)	Συντελεστής απόδοσης μηχανής	Q_h η θερμότητα που προσφέρουμε στη μηχανή σε ένα κύκλο, W το έργο που μας δίνει η μηχανή σε ένα κύκλο.
$e = 1 - \frac{ Q_c }{Q_h}$ (47)	Συντελεστής απόδοσης μηχανής	Q_h η θερμότητα που προσφέρουμε στη μηχανή σε ένα κύκλο, Q_c η θερμότητα που αποβάλλει η μηχανή σε ένα κύκλο.
$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ (48)	Συντελεστής απόδοσης μηχανής Carnot	T_h η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής, T_c η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής.
Πρέπει να είναι γνωστά		
$\bar{K} = \frac{3}{2}kT$ (49)	Μέση κινητική ενέργεια μορίων αερίου	
$v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M_r}}$ (50)	Ενεργός ταχύτητα μορίων αερίου	$v_{ev} = \sqrt{v^2}$
$PV = nRT$ (51)	Καταστατική εξίσωση	
$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ (52)	Συνδυαστικός νόμος των αερίων	
$\ln a = x \Leftrightarrow a = e^x$ (53) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ (54) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ (55) $\ln a^\nu = \nu \ln a$ (56)	Βασικές ιδιότητες φυσικών λογαρίθμων	$e = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\nu}\right)^\nu$ $e = \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$ $e = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

6.2 Ερωτήσεις

1. Ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας και καταλαμβάνει όγκο V_0 . Με κατάλληλη αντιστρεπτή μεταβολή ο όγκος του αερίου διπλασιάζεται, ενώ η μέση κινητική ενέργεια των ατόμων του αερίου παραμένει σταθερή.

(α') Η θερμοκρασία του αερίου στη νέα κατάσταση είναι:

- i. ίση με την αρχική
- ii. διπλάσια της αρχικής
- iii. ίση με το μισό της αρχικής.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(α') Η πίεση του αερίου στη νέα κατάσταση είναι:

- i. ίση με την αρχική
- ii. διπλάσια της αρχικής
- iii. ίση με το μισό της αρχικής.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εξετάσεις 2001 – Θέμα δεύτερο

2. Αν σε μια μηχανή Carnot διπλασιάσουμε ταυτόχρονα τις θερμοκρασίες της θερμής και της ψυχρής δεξαμενής θερμότητας, τότε ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής:

(α') διπλασιάζεται (β') παραμένει ίδιος (γ') υποδιπλασιάζεται.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εξετάσεις 2003 – Θέμα δεύτερο

3. Τρεις μαθητές συζητούν μεταξύ τους. Ο καθένας υποστηρίζει ότι γνωρίζει τον τρόπο θέρμανσης ιδανικού αερίου χωρίς προσφορά θερμότητας. Ο πρώτος ισχυρίζεται ότι αυτό επιτυγχάνεται με ισόθερμη συμπίεση, ο δεύτερος με ισοβαρή εκτόνωση και ο τρίτος με αδιαβατική συμπίεση.

(α') Ποιος έχει δίκιο;

(β') Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εξετάσεις Εσπερινού 2001 – Θέμα δεύτερο

4. Ιδανικό αέριο απορροφά από το περιβάλλον θερμότητα $Q = 800 \text{ J}$ και η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται κατά 300 J . Κατά την εκτόνωσή του το αέριο παράγει έργο ίσο με

(α') 1100 J (β') 500 J (γ') 800 J (δ') 300 J

Εξετάσεις Εσπερινού 2001 – Θέμα δεύτερο

5. Κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση ιδανικού αερίου:

(α') η εσωτερική του ενέργεια μειώνεται

(β') όλο το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο

(γ') η πίεσή του αυξάνεται

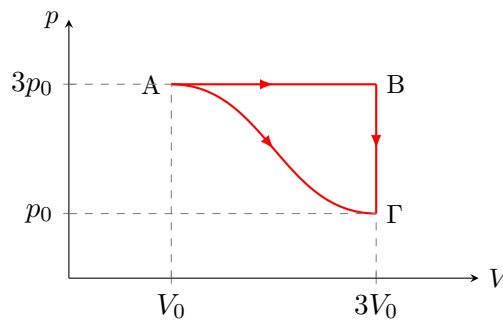
(δ') η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αυξάνεται

Εξετάσεις 2004 Θέμα 1.4

6. Να γίνει η αντιστοίχιση στον παρακάτω πίνακα.

Στήλη I. Χαρακτηριστικό	Στήλη II. Είδος μεταβολής
Α'. Το αέριο μετατρέπει την εσωτερική του ενέργεια εξολοκλήρου σε έργο	I. Αδιαβατική μεταβολή II. Ισόθερμη μεταβολή III. Ισόχωρη μεταβολή IV. Ισοβαρής μεταβολή V. Κυκλική μεταβολή
Β'. Η θερμότητα που προσφέρουμε μετατρέπεται εξολοκλήρου σε έργο	
Γ'. Η θερμότητα που προσφέρουμε μετατρέπεται εξολοκλήρου σε εσωτερική ενέργεια	
Δ'. Δεν παράγεται καθόλου έργο από το αέριο	
Ε'. Το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον του	
Ϛ'. Η εσωτερική ενέργεια παραμένει αμετάβλητη	

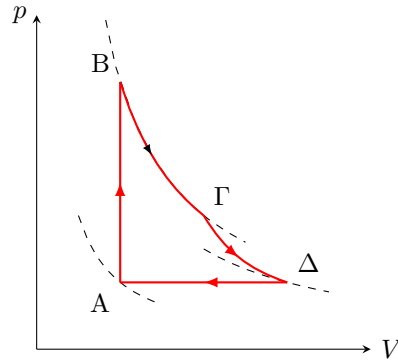
7. Να χαρακτηριστούν ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) οι παρακάτω προτάσεις που αφορούν τις μεταβολές στο παρακάτω διάγραμμα ενός ιδανικού αερίου:



- (α') Το έργο στη μεταβολή BΓ είναι μηδέν.
- (β') Η θερμοκρασία στην κατάσταση A είναι ίση με τη θερμοκρασία στην κατάσταση Γ.
- (γ') Το έργο στη μεταβολή AΓ είναι μεγαλύτερο από το έργο στην μεταβολή ABΓ.
- (δ') Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στη μεταβολή AΓ είναι μηδέν.
- (ε') Ισχύει $\Delta U_{AB} = -\Delta U_{B\Gamma}$.
- (Ϛ') Ισχύει $Q_{AB} > |Q_{B\Gamma}|$.

8. Να συμπληρωθούν τα πρόσημα (+), (-) ή 0 στον παρακάτω πίνακα, που αφορά τις μεταβολές AB, BΓ, ΓΔ(=αδιαβατική) και ΔΑ ενός ιδανικού αερίου.

Μεταβολή	ΔV	ΔT	Δp	Q	ΔU	W
AB						
BΓ						
ΓΔ						
ΔΑ						



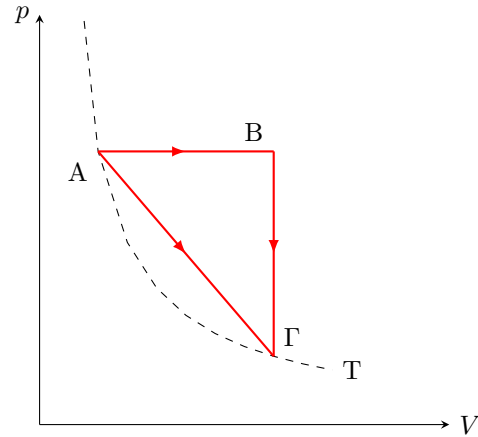
9. Για τις μεταβολές ενός ιδανικού αερίου όπως φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα να χαρακτηριστεί Σ ή Λ οι προτάσεις:

(α') Ισχύει $\frac{Q_{AB}}{Q_{B\Gamma}} = \gamma$.

(β') Ισχύει $\Delta U_{AB} = \Delta U_{B\Gamma}$.

(γ') Ισχύει $\Delta U_{AB\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} = 0$.

(δ') Ισχύει $Q_{AB\Gamma} > Q_{A\Gamma}$.



6.3 Ασκήσεις

1. Ιδανικό αέριο με $\gamma = 5/3$ από την αρχική κατάσταση με $P_0 = 1 \text{ atm}$, $V_0 = 2 \text{ L}$, $T_0 = 300^\circ \text{ K}$ εκτελεί την παρακάτω κυκλική μεταβολή:

(1) Ισοβαρή εκτόνωση παράγοντας έργο $W = 200 \text{ Joule}$.

(2) Ισόχωρη ψύξη μέχρι την αρχική θερμοκρασία T_0 .

(3) Ισόθερμη συμπίεση μέχρι την αρχική κατάσταση.

(α') Να παρασταθεί η μεταβολή σε άξονες PV , PT , VT

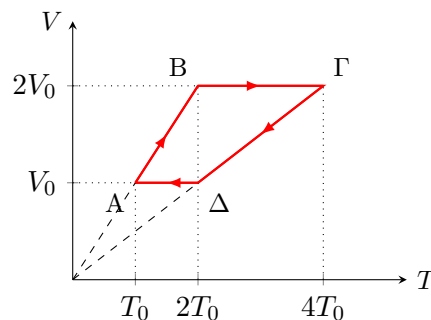
(β') Να βρεθούν τα μεγέθη Q , W , ΔU για κάθε μεταβολή και για την κυκλική μεταβολή.

2. Ποσότητα $n = 10/R$ moles ιδανικού μονοατομικού αερίου βρίσκονται σε θερμοκρασία $T_0 = 300 \text{ K}$ και εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος.

(α') Να σχεδιάσετε την μεταβολή σε διάγραμμα P-V.

(β') Να υπολογίσετε το ωφέλιμο έργο.

(γ') Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης.



3. Ιδανικό αέριο με $\gamma = 5/3$ ξεκινά από την κατάσταση $A(P, V, T_1)$ και εκτελεί την παρακάτω μεταβολή:

i. Εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι διπλασιασμού του όγκου

ii. Θερμαίνεται ισόχωρα μέχρι διπλασιασμού της πίεσης

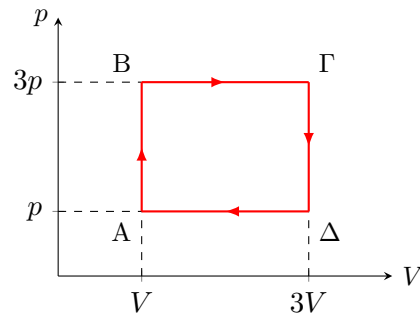
iii. Εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι την αρχική θερμοκρασία T_1

iv. Επιστρέφει ισόθερμα στην αρχική κατάσταση A

- (α') Να σχεδιαστεί ο κύκλος σε διάγραμμα $P - V$ και να κατασκευαστεί πίνακας με τα πρόσημα (+, -, 0) για καθένα από τα μεγέθη $Q, \Delta U, W$ σε κάθε επιμέρους μεταβολή.
- (β') Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

4. Μία θερμική μηχανή εργάζεται με αέριο $\gamma=5/3$ και εκτελεί τον κύκλο του σχήματος.

- (α') Να δείξετε ότι $T_B = T_\Delta$;
- (β') Να βρείτε το έργο που παράγεται.
- (γ') Υπολογίστε τη ΔU στη μεταβολή B-Γ-Δ.
- (δ') Αν $\Delta U_{B\Gamma} = 100 \text{ J}$ πόσο είναι το $Q_{B\Gamma}$;



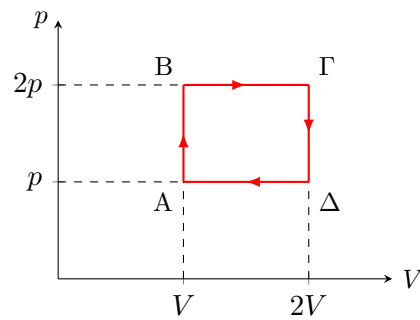
5. Θερμική μηχανή λειτουργεί με αέριο που έχει $\gamma = 5/3$ και εκτελεί την παρακάτω κυκλική μεταβολή:

- i. Εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι τετραπλασιασμού του όγκου του.
- ii. Ψύχεται ισόχωρα μέχρι υποδιπλασιασμού της πίεσης.
- iii. Συμπιέζεται ισοβαρώς.
- iv. Επανέρχεται ισόθερμα στην αρχική κατάσταση.

- (α') Να γίνει το διάγραμμα PV .
- (β') Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

6. Μία μηχανή εργάζεται με αέριο $\gamma=5/3$ και εκτελεί τον κύκλο του σχήματος.

- (α') Πόσος είναι ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής;
- (β') Πόσο τοις εκατό μικρότερος είναι αυτός ο συντελεστής απόδοσης από τον μεγαλύτερο που θα μπορούσε να επιτευχθεί;



7. Ιδανικό αέριο με $\gamma = 5/3$ εκτελεί την παρακάτω κυκλική μεταβολή ABΓA: (α) Ισόθερμη εκτόνωση AB. (β) Ισοβαρή συμπίεση BΓ κατά την οποία αποβάλλει θερμότητα 100 J. (γ) Αδιαβατική συμπίεση ΓA. Να βρεθεί το έργο της μεταβολής ΓA.

8. Ιδανικό αέριο με $n = 0,3 \text{ moles}$, $V = 10 \text{ L}$, $P = 10^5 \text{ N/m}^2$ εκτελεί διαδοχικά τις μεταβολές:

- i. Εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι διπλασιασμού του όγκου του
- ii. Συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι εξαπλασιασμού της πίεσής του
- iii. Ψύχεται ισόχωρα στην αρχική θερμοκρασία

Να βρεθούν

- (α') Οι τιμές των P, V, T σε κάθε περίπτωση
- (β') Το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον του
- (γ') Η μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια κατά την ισοβαρή εκτόνωση.

Δίνεται $R = 8,314 \text{ Joule/mole}\cdot\text{grad}$

9. Ο συντελεστής απόδοσης μίας μηχανής Carnot είναι 0,4. Αν η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι 7° C να βρείτε πόσους βαθμούς πρέπει να αυξήσουμε την θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής ώστε να κάνουμε τον συντελεστή απόδοσης 0,5

10. Σε μία μηχανή Carnot η θερμότητα που αποβάλλεται από στην ψυχρή δεξαμενή είναι ίση με το παραγόμενο έργο. Αν η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι $T_1 = 500^\circ \text{ K}$ να βρείτε την

θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής. Πόσος θα γίνει ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής αν η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής αυξηθεί κατά 20% και της ψυχρής μειωθεί κατά 20%;

11. Μία ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α με $V_A = 5 \text{ m}^3$ και $P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, υφίσταται κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ που αποτελείται από τις παρακάτω μεταβολές:

- i. Ισοβαρής εκτόνωση ΑΒ μέχρι ο όγκος να γίνει $V_B = 10 \text{ m}^3$
- ii. Αδιαβατική εκτόνωση ΒΓ μέχρι την θερμοκρασία $T_\Gamma = T_A$
- iii. Ισόθερμη συμπίεση ΓΑ

Να βρείτε:

(α') Το έργο σε κάθε μεταβολή.

(β') Την ισχύ της θερμικής μηχανής που δουλεύει με αυτόν τον κύκλο, αν αυτή εκτελεί 10 κύκλους το δευτερόλεπτο.

Δίνονται $C_V = 3R/2$, $\gamma = 5/3$ και $\ln 2 = 0,7$

12. Ιδανικό μονοατομικό αέριο εκτελεί κυκλική θερμοδυναμική μεταβολή που αποτελείται από τις εξής αντιστρεπτές μεταβολές:

Α. από την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας 1, με $P_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και $V_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ εκτονώνεται ισοβαρώς στην κατάσταση 2, με $V_2 = 3V_1$,

Β. από την κατάσταση 2 ψύχεται ισόχωρα στην κατάσταση 3, και

Γ. από την κατάσταση 3 συμπιέζεται ισόθερμα στη θερμοκρασία T_1 , στην αρχική κατάσταση 1.

Αν η ποσότητα του αερίου είναι $n = \frac{3}{R} \text{ mol}$, όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά των ιδανικών αερίων σε $\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, ζητείται:

(α') Να παρασταθούν γραφικά οι παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα πίεσης - όγκου (P-V).

(β') Να βρεθεί ο λόγος $\left(\frac{\Delta U_{12}}{\Delta U_{23}} \right)$ της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά την ισοβαρή εκτόνωση προς τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας κατά την ισόχωρη ψύξη.

(γ') Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης ιδανικής μηχανής Carnot που θα λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών της παραπάνω κυκλικής μεταβολής.

(δ') Να βρεθεί το ολικό ποσό θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια μιας τέτοιας κυκλικής μεταβολής, αν το ποσό του έργου κατά την ισόθερμη συμπίεση του αερίου είναι $W_{31} = -1318 \text{ Joule}$.

Εξετάσεις 2001

13. Ιδανικό αέριο αρχικά βρίσκεται στη θερμοδυναμική κατάσταση Α(P_0 , V_0 , T_0) και στη συνέχεια ακολουθεί τις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές:

1. Ισόχωρη θέρμανση από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β($2P_0$, V_B , T_B).

2. Ισοβαρή συμπίεση από την κατάσταση Β στην κατάσταση Γ(P_Γ , $\frac{V_0}{4}$, T_Γ).

3. Ισόχωρη ψύξη από την κατάσταση Γ στην κατάσταση Δ(P_0 , V_Δ , T_Δ).

4. Ισοβαρή εκτόνωση από την κατάσταση Δ στην κατάσταση Α.

(α') Να παραστήσετε γραφικά σε διάγραμμα P-V τις παραπάνω μεταβολές.

(β') Να προσδιορίσετε τις τιμές V_B , T_B , P_Γ , T_Γ , V_Δ , T_Δ σε συνάρτηση με τις αρχικές τιμές V_0 , T_0 , P_0 .

(γ') Να υπολογίσετε το έργο σε καθεμιά από τις παραπάνω μεταβολές.

(δ') Να υπολογίσετε το συνολικό έργο που παράγεται ή καταναλώνεται κατά την παραπάνω κυκλική μεταβολή.

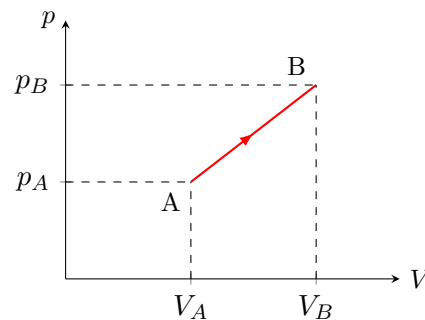
Εξετάσεις Εσπερινού 2001 – Τέταρτο Θέμα

14. Ιδανικό μονατομικό αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α με όγκο V_A και πίεση $p_A = 10^6 \text{ N/m}^2$. Από την κατάσταση Α, υποβάλλεται διαδοχικά στις παρακάτω αντιστρεπτές μεταβολές:
- Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β με όγκο $V_B = 4V_A$, κατά την οποία το αέριο παράγει έργο $W_{AB} = 3 \cdot 10^3 \text{ J}$.
 - Αδιαβατική εκτόνωση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ με όγκο V_Γ και πίεση p_Γ .
 - Ισόθερμη συμπίεση μέχρι την αρχική κατάσταση Α. Ζητείται:
 - Να παραστήσετε (ποιοτικά) τις παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα πίεσης - όγκου (p-V).
 - Να υπολογίσετε την τιμή του όγκου V_A .
 - Να υπολογίσετε την τιμή του λόγου $\frac{v_{εν,Β}}{v_{εν,Γ}}$, όπου $v_{εν,Β}$ και $v_{εν,Γ}$ οι ενεργές ταχύτητες των ατόμων του αερίου στις καταστάσεις Β και Γ αντίστοιχα.
 - Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που αποδίδεται από το αέριο στο περιβάλλον κατά την ισόθερμη συμπίεση ΓΑ, όταν ο συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής που λειτουργεί διαγράφοντας τον παραπάνω κύκλο είναι $\epsilon = 0,538$.

Δίνονται: $C_p = \frac{5}{2}R$ και $C_V = \frac{3}{2}R$.

Εξετάσεις 2002 – Τέταρτο Θέμα

15. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, με όγκο $V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και πίεση $p_A = 10^5 \text{ N/m}^2$. Το αέριο υφίσταται την αντιστρεπτή μεταβολή του σχήματος, απορροφώντας ποσό θερμότητας $Q = 1200 \text{ J}$, μέχρι να βρεθεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β με όγκο $V_B = 2V_A$ και πίεση $p_B = 2p_A$.



Να βρεθούν:

- Η θερμοκρασία T_A του αερίου στην κατάσταση Α.
- Η μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας $\Delta U = U_B - U_A$
- Το έργο W_{AB} που παράγεται κατά τη μεταβολή $A \rightarrow B$

Εξετάσεις Εσπερινού 2003 – Τρίτο Θέμα

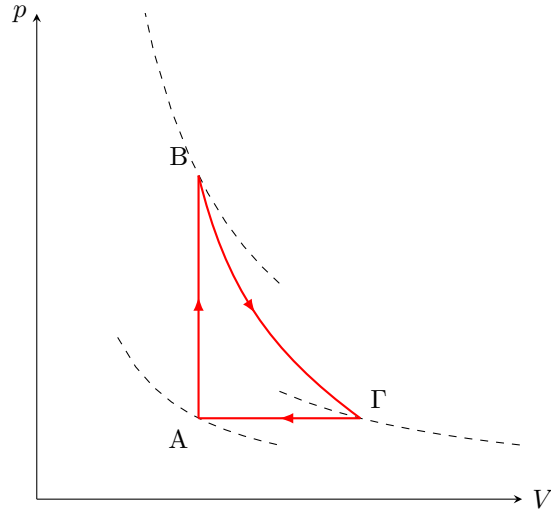
16. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α σε θερμοκρασία $T_A = 400 \text{ K}$, πίεση $p_A = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και όγκο $V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$. Από την κατάσταση αυτή το αέριο υποβάλλεται στις παρακάτω διαδοχικές μεταβολές:
- ισοβαρή θέρμανση ΑΒ, μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β με όγκο $V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.
 - αδιαβατική ψύξη ΒΓ, μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ με όγκο $V_\Gamma = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και πίεση $p_\Gamma = 10^5 \text{ N/m}^2$.
- Να παρασταθούν γραφικά (ποιοτικά) οι παραπάνω μεταβολές σε διάγραμμα P-V.
 - Να υπολογιστεί η θερμοκρασία του αερίου στην κατάσταση Β.

- (γ') Να υπολογιστεί το παραγόμενο έργο κατά την ισοβαρή μεταβολή AB.
 (δ') Να υπολογιστεί η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.
 Δίνονται: $\gamma=5/3$ και $C_V = 3R/2$.

Εξετάσεις 2003

17. Ιδανικό μονοατομικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A υπό πίεση $P_A = 10^5 \text{ /m}^2$ και όγκο $V_A = 10^{-3} \text{ m}^3$. Από την κατάσταση A το αέριο υποβάλλεται στις πιο κάτω τρεις διαδοχικές ιδεατές αντιστρεπτές μεταβολές:

- ισόχωρη θέρμανση μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B
- αδιαβατική εκτόνωση από την κατάσταση B μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ με όγκο $V_\Gamma = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
- ισοβαρή ψύξη από την κατάσταση Γ μέχρι να επανέλθει στην αρχική κατάσταση A.



Το ποιοτικό διάγραμμα πίεσης-όγκου των πιο πάνω μεταβολών φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

- (α') το έργο που καταναλώνει το αέριο σύστημα κατά την ισοβαρή ψύξη ΓΑ
 (β') το ποσό της θερμότητας που αποβάλλει το αέριο σύστημα στο περιβάλλον κατά την ισοβαρή ψύξη ΓΑ
 (γ') την πίεση του αερίου στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B
 (δ') την τιμή του λόγου $\frac{\overline{K}_\Gamma}{\overline{K}_A}$, όπου $\overline{K}_\Gamma = \frac{1}{2}m\overline{v}_\Gamma^2$ και $\overline{K}_A = \frac{1}{2}m\overline{v}_A^2$ η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Γ και A αντίστοιχα, όπου m είναι η μάζα του μορίου.

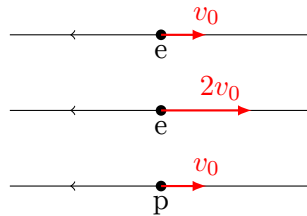
Δίνεται: η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση $C_p = 5R/2$, (R η παγκόσμια σταθερά των αερίων) και ο λόγος των γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων, υπό σταθερή πίεση και σταθερό όγκο, είναι $\gamma = 5/3$.

Εξετάσεις 2004 – Τρίτο Θέμα

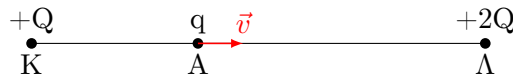
7 Κινήσεις σε Ηλεκτρικό Πεδίο

7.1 Ερωτήσεις

1. Δύο ηλεκτρόνια (e) και ένα πρωτόνιο (p) βάλλονται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπως φαίνεται στο σχήμα.



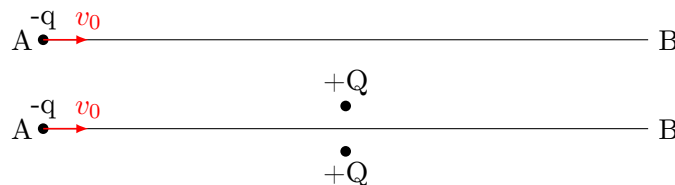
- (α') Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχονται από το πεδίο και να συγκριθούν τα μέτρα τους.
 (β') Να συγκριθούν οι χρόνοι που χρειάζονται τα τρία σωματίδια να μετατοπιστούν ίδια απόσταση d.
2. Στα άκρα K και Λ ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκονται ακλόνητα δύο σημειακά φορτία +Q και +2Q αντίστοιχα. Ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται κατά μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ και περνά από το Α με μέγιστη ταχύτητα.



- (α') Ποιο το πρόσημο του φορτίου του σωματιδίου;
 (β') Σε ποιο σημείο του ευθυγράμμου τμήματος η ένταση του πεδίου είναι μηδέν.
 (γ') Υπάρχει σημείο του τμήματος ΚΛ που να έχει δυναμικό ίσο με μηδέν.

Δ. Μάργαρης

3. Ένα αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα v_0 διανύει μια μεγάλη απόσταση (ΑΒ) σε χρονικό διάστημα t_1 . Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά στο μέσον της διαδρομής, έχουμε τοποθετήσει δύο ίσα θετικά σημειακά φορτία, σε σημεία Κ και Λ, σε μικρή απόσταση, με αποτέλεσμα το σωματίδιο να κινείται πάνω στην μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος (ΚΛ). Η δύναμη που δέχεται αρχικά το φορτισμένο σωματίδιο στο σημείο Α, θεωρείται μηδενική ή διαφορετικά τα σημεία Α και Β θεωρούνται σε άπειρη απόσταση από τα φορτία στα σημεία Κ και Λ.



- (α') Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σωματίδιο θα φτάσει τώρα στο Β, θα είναι;
 i. μικρότερο από v_0 . ii. ίσο με v_0 . iii. μεγαλύτερο από v_0 .
- (β') Το χρονικό διάστημα της κίνησης θα είναι:

- i. μικρότερο από t_1 . ii. ίσο με t_1 . iii. μεγαλύτερο από t_1 .

(γ') Να χαράξετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του σωματιδίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ. Μάγδαρης

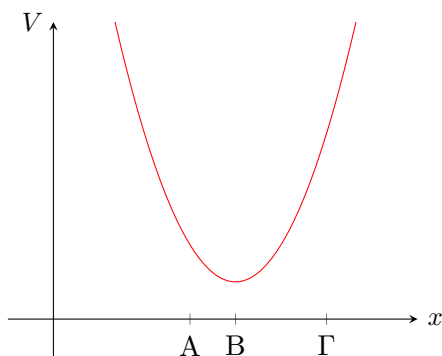
4. Στο ομώνυμο πείραμά του ο Rutherford χρησιμοποίησε κινούμενα σωματίδια α (άλφα), δηλαδή πυρήνες ηλίου ${}^4_2\text{He}$, για να εξερευνήσει το εσωτερικό του ατόμου. Σαν στόχους είχε άτομα χρυσού. Το πείραμα έδειξε ότι όλη σχεδόν η μάζα του ατόμου, και όλο το θετικό του φορτίο, βρίσκεται σε μία πολύ μικρή περιοχή στο εσωτερικό του, που ονομάστηκε πυρήνας.

Θεωρούμε τον πυρήνα του χρυσού ακίνητο και το σωματίδιο α να ξεκινάει από μακριά με κινητική ενέργεια K και να κινείται ακριβώς προς το κέντρο του πυρήνα, ώστε σε κάποια απόσταση d από αυτόν να σταματάει στιγμιαία πριν γυρίσει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε (σκέδαση 180°). Αν αντί για σωματίδια α χρησιμοποιήσουμε πρωτόνια p με την ίδια αρχική κινητική ενέργεια K , η απόσταση d' που θα πλησιάζουν τον πυρήνα

- (α') θα είναι μεγαλύτερη από d . (β') θα είναι μικρότερη από d .

Δίνεται ότι $q_\alpha = 2q_p$ και $m_\alpha = 4m_p$.

5. Στα σημεία μίας ευθείας (έστω ότι είναι ο θετικός ημιάξονας Ox') το δυναμικό V μεταβάλλεται σύμφωνα με την απόσταση x όπως φαίνεται στο σχήμα:



- (α') Ένα θετικό φορτίο αφήνεται στο σημείο A. Αυτό θα κινηθεί:
 i. προς το B. ii. προς το O. iii. Θα παραμείνει ακίνητο.
- (β') Ένα θετικό φορτίο αφήνεται στο σημείο B. Αυτό θα κινηθεί:
 i. προς το Γ. ii. προς το A. iii. Θα παραμείνει ακίνητο.
- (γ') Ένα αρνητικό φορτίο αφήνεται στο σημείο Γ. Αυτό θα κινηθεί:
 i. προς το $x = +\infty$. ii. προς το A. iii. Θα παραμείνει ακίνητο.

Να δικαιολογηθούν οι επιλογές σας.

6. Σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο θεωρούμε άξονα $x'x$ που ταυτίζεται με μία δυναμική γραμμή του. Δύο σημεία A και B στις θέσεις $x_1 = +1 \text{ cm}$ και $x_2 = +3 \text{ cm}$, έχουν διαφορά δυναμικού 500 Volt.

- (α') Μεγαλύτερο δυναμικό έχει το σημείο:
 i. A. ii. B.
- (β') Σωματίδιο με Θετικό φορτίο $q = +2 \mu\text{C}$ αφήνεται στο σημείο A. Η δυναμική του ενέργεια U όταν περνάει από το σημείο B:
 i. θα έχει αυξηθεί κατά 10^{-3} J .
 ii. θα έχει μειωθεί κατά 10^{-3} J .

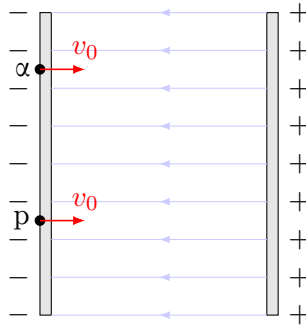
iii. δεν θα μεταβληθεί.

(γ') Η κινητική του ενέργεια K όταν περνάει από το σημείο Β:

i. θα είναι 10^{-3} J.

ii. δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί γιατί εξαρτάται από τη μάζα του.

7. Σωματίδιο α και πρωτόνιο εισέρχονται με την ίδια αρχική ταχύτητα v_0 σε πυκνωτή διαφοράς δυναμικού V , παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του. Το πρωτόνιο μόλις που δεν ακουμπά τον θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή.



Τότε, το σωματίο α

(α') δεν θα φτάσει μέχρι τον θετικά φορτισμένο οπλισμό.

(β') θα φτάσει οριακά μέχρι τον θετικά φορτισμένο οπλισμό.

(γ') θα χτυπήσει τον θετικά φορτισμένο οπλισμό.

Δίνεται ότι $q_\alpha = 2q_p$, $q_p = +e$ και $m_\alpha = 4m_p$.

8. Πρωτόνιο βάλλεται με ταχύτητα v_0 προς σωματίο α ($q_\alpha = 2q_p$ και $m_\alpha = 4m_p$). Να συγκριθούν οι ελάχιστες αποστάσεις των δύο σωματιδίων αν

(α') το σωματίο α είναι ακίνητο.

(β') αν το σωματίο α είναι ελεύθερο να κινηθεί.

7.2 Ασκήσεις

1. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τον χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς πυκνωτή παράλληλα και ομόρροπα στις δυναμικές γραμμές με αρχική ταχύτητα v_0 . Η απόσταση των πλακών είναι d . Να βρείτε:

(α') Την ελάχιστη διαφορά δυναμικού των πλακών ώστε το σωματίδιο να φτάνει στην άλλη πλάκα

i. με ταχύτητα μηδέν

ii. με ταχύτητα $v_0/2$

(β') Τον χρόνο κίνησης του σωματιδίου

2. Ηλεκτρόνιο βάλλεται με αρχική ταχύτητα v_0 προς αρχικά ακίνητο αωματίο α , από πολύ μεγάλη απόσταση. Το σωματίο α είναι ελεύθερο να κινηθεί. Να βρείτε:

(α') Την ελάχιστη απόσταση των δύο σωματιδίων.

(β') Τις τελικές τους ταχύτητες (όταν η απόστασή τους ξαναγίνει πολύ μεγάλη).

Δίνεται ότι $q_\alpha = 2q_p$ και $m_\alpha = 4m_p$.

3. Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100 \mu\text{C}$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q = 1 \mu\text{C}$ και μάζα $m = 10 \text{ g}$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r = 10 \text{ cm}$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 30 \text{ m/s}$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q . Να υπολογίσετε:

(α') την μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το q ,

(β') την μέγιστη και την ελάχιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων,

(γ') το ρυθμό μεταβολής της ορμής του q , όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση,

(δ') την ελάχιστη αρχική ταχύτητα, που πρέπει να δώσουμε στο q , έτσι ώστε αυτό να απομακρυνθεί από το πεδίο που δημιουργεί το Q .

Αγνοήστε τις βαρυτικές και τις μαγνητικές αλληλεπιδράσεις.

4. Σημειακό φορτίο $Q = 5 \mu\text{C}$ είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος. Σωματίδιο με φορτίο $q = 2 \mu\text{C}$ και μάζα $m = 10 \text{ g}$ αφήνεται σε ύψος $h = 0,6 \text{ m}$ πάνω από το Q και μπορεί να κινείται κατά μήκος της κατακόρυφου που περνάει από το Q .

(α') Να βρείτε προς τα πού θα κινηθεί.

(β') Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής επιτάχυνσης του σωματιδίου q .

(γ') Να υπολογίσετε το μέτρο του αρχικού ρυθμού μεταβολής της ορμής του q .

(δ') Να υπολογίσετε το σημείο που η ταχύτητα του q είναι μέγιστη και να εξηγήσετε γιατί είναι μέγιστη.

(ε') Να υπολογίσετε την μέγιστη ταχύτητα.

(Ϛ') Να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα.

Δίνεται: $k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5. Σωματίο α (πυρήνας ${}^4_2\text{He}$) με μάζα m_α και φορτίο $q_\alpha = 2e$ και πυρήνας ασβεστίου ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ με μάζα $m_{\text{Ca}} = 10m_\alpha$ και φορτίο $Q_{\text{Ca}} = 20e$, βρίσκονται αρχικά σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Τα δύο σωματίδια εκτοξεύονται ταυτόχρονα το ένα ενάντια στο άλλο, με ταχύτητες ίσου μέτρου v_0 .



Να υπολογισθούν:

- (α') Ο λόγος των μέτρων των επιταχύνσεων των στοιχειωδών σωματιδίων κάθε χρονική στιγμή.
- (β') Η ταχύτητα του πυρήνα ασβεστίου $^{40}_{20}\text{Ca}$ τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σωματιδίου α .
- (γ') Η ελάχιστη απόσταση στην οποία πλησιάζουν το σωματίο α και ο πυρήνας $^{40}_{20}\text{Ca}$.
- (δ') Η μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων και οι ενεργειακές μετατροπές μέχρι εκείνη τη στιγμή.
- (ε') Οι τελικές ταχύτητες των σωματιδίων και οι ενεργειακές μετατροπές.

Δίνεται η σταθερά e , το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο e και η μάζα m_α του σωματιδίου α .

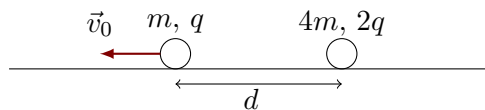
6. Δύο σημειακά και ακίνητα ηλεκτρικά φορτία Q βρίσκονται στις άκρες ευθύγραμμου τμήματος AB το οποίο έχει μήκος $L = 1 \text{ m}$. Σημειακό φορτίο q αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί σε ένα σημείο Γ το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στα A και B και σε απόσταση $L/4$ από το A.
- (α') Να βρείτε πόση απόσταση θα διανύσει μέχρι να σταματήσει για πρώτη φορά.
 - (β') Σε ποια θέση η ταχύτητα γίνεται μέγιστη;
 - (γ') Στην θέση που υπολογίσατε το δυναμικό έχει την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή αιτιολογήστε κατάλληλα

Δίνεται ότι η κίνηση γίνεται πάνω σε λείο και μονωτικό επίπεδο και το φορτίο q δεν επηρεάζει το πεδίο των φορτίων Q . Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

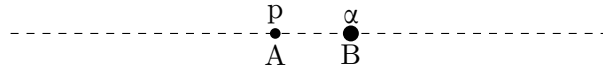
7. Σφαιρίδιο A, το οποίο έχει μάζα $m_1 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ και φορτίο $q_1 = 10^{-8} \text{ C}$, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 60 \text{ m/s}$ από πολύ μεγάλη απόσταση προς ένα αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο B, το οποίο έχει μάζα $m_2 = 2m_1 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ και φορτίο $q_2 = 2q_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια από μονωτικό υλικό. Να υπολογίσετε:
- (α') Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων, τη χρονική στιγμή t_1 που η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι μέγιστη.
 - (β') Τη μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.
 - (γ') Την απόσταση των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1 .
 - (δ') Την ταχύτητα του σωματιδίου B, όταν το σωματίδιο A έχει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 400 \text{ m/s}$.
 - (ε') Τις ταχύτητες των δύο σωματιδίων όταν πάψουν να αλληλεπιδρούν.

Δίνεται: $kc = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Η βαρυτική αλληλεπίδραση των δύο σφαιριδίων να θεωρηθεί αμελητέα.

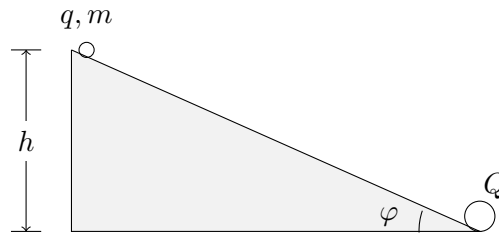
8. Σφαιρίδιο με μάζα m και φορτίο q , εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα \vec{v}_0 από απόσταση d ώστε να απομακρύνεται από ένα αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο το οποίο έχει μάζα $4m$ και φορτίο $2q$. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια από μονωτικό υλικό. Να υπολογίσετε:



- (α') Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων όταν η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι μέγιστη.
 - (β') Τη μέγιστη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.
 - (γ') Την ταχύτητα v_0 ώστε το πρώτο σωματίδιο να βρεθεί σε άπειρη απόσταση από το άλλο.
 - (δ') Τις ταχύτητες των δύο σωματιδίων όταν πάψουν να αλληλεπιδρούν.
9. Ένα πρωτόνιο και ένα σωματίο α (πυρήνας Ηλίου ^4_2He) συγχρατούνται σε απόσταση $r=5,12 \text{ mm}$. Δίνονται $m_\alpha = 4m_p$ και $q_\alpha = 2q_p$, ενώ $q_p = +e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Να βρεθούν:



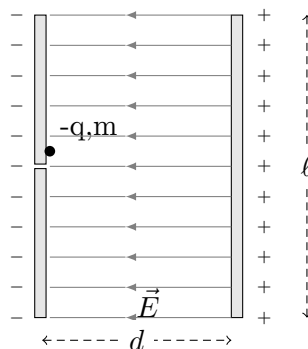
- (α') Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το πρωτόνιο αν αφευθεί να κινηθεί, ενώ το σωματίδιο α παραμένει στη θέση του.
- (β') Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το σωματίδιο α αν αφευθεί να κινηθεί, ενώ το πρωτόνιο παραμένει στη θέση του.
- (γ') Η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει κάθε σωματίδιο αν αφευθούν ελεύθερα.
- (δ') Πόσο είναι το έργο της δύναμης του πεδίου που ασκείται στο πρωτόνιο στις παραπάνω περιπτώσεις;
10. Στη βάση του πλάγιου επιπέδου του σχήματος βρίσκεται στερεωμένο φορτίο $Q = 4 \mu\text{C}$. Από ύψος $h = 6 \text{ m}$ στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$ αφήνουμε ένα φορτισμένο σώμα με μάζα $m = 0,2 \text{ g}$ και φορτίο $q = 1 \mu\text{C}$. Θεωρούμε ότι η κίνηση του σωματιδίου γίνεται χωρίς τριβές. Να υπολογιστεί:



- (α') Να εξετάσετε προς τα που θα κινηθεί το φορτίο.
- (β') Η θέση στην οποία το σωματίδιο θα αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητα κατά την κάθοδό του.
- (γ') Η μέγιστη ταχύτητα κατά την κάθοδο.
- (δ') Η ελάχιστη απόσταση από το Q στην οποία θα φτάσει το σωματίδιο.

Δίνονται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

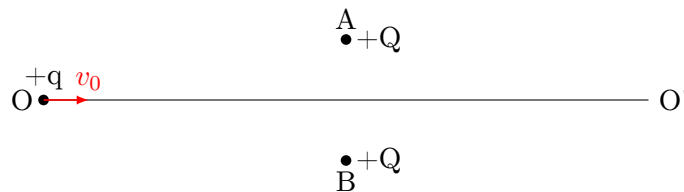
11. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες είναι φορτισμένες με αντίθετα φορτία. Φορτισμένο σωματίδιο με μάζα $m = 10^{-10} \text{ kg}$ και φορτίο $q = -1 \mu\text{C}$ αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ πολύ κοντά στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ το σωματίδιο φτάνει στην θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε:



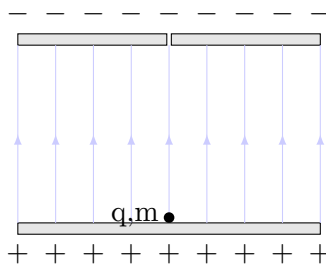
- (α') την απόσταση d μεταξύ των δύο πλακών.
- (β') το μέτρο της έντασης \vec{E} του ηλεκτρικού πεδίου στο χώρο μεταξύ των πλακών.
- (γ') την διαφορά δυναμικού V μεταξύ των πλακών και το έργο της δύναμης που δέχεται το σωματίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο, όταν αυτό μετατοπίζεται από τη μια πλάκα στην άλλη.

Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα.

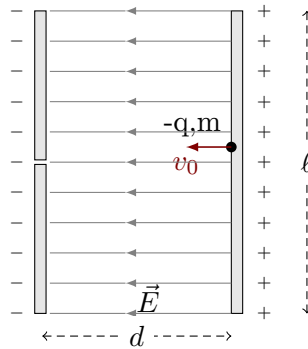
12. Δύο ακλόνητα ίσα σημειακά φορτία $Q = 2 \mu\text{C}$ βρίσκονται στα σημεία A και B, που απέχουν απόσταση $2d = 6 \text{ cm}$. Από σημείο O της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος AB, το οποίο απέχει μεγάλη απόσταση από τα σημεία A και B, εκτοξεύεται ένα μικρό σωματίδιο μάζας 2mg και φορτίου $q_1 = 3 \text{ nC}$, με αρχική ταχύτητα v_0 , με κατεύθυνση το μέσον M του ευθυγράμμου τμήματος AB, όπως στο σχήμα.



- (α') Να αποδειχθεί ότι το σωματίδιο θα κινηθεί ευθύγραμμα.
- (β') Υπολογίστε την ελάχιστη αρχική κινητική ενέργεια $K_{ελ}$ του μικρού φορτίου ώστε να βρεθεί στο αντίθετο άκρο της μεσοκαθέτου σε μεγάλη απόσταση από τα σημεία A και B.
- (γ') Θεωρήστε ξανά την ίδια βολή με αρχική κινητική ενέργεια $K = 2K_{ελ}$.
- i. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σωματιδίου τη στιγμή που θα απέχει κατά $r_1 = 6 \text{ cm}$ από το σημείο A;
 - ii. Ποιά είναι η ελάχιστη ταχύτητα του σωματιδίου;
 - iii. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το σωματίδιο.
13. Πυκνωτής με διαφορά δυναμικού 100 Volt και απόσταση οπλισμών $\ell = 10 \text{ cm}$, βρίσκεται με τους οπλισμούς του οριζόντιους. Από τον θετικό του οπλισμό ξεκινά να επιταχύνεται μικρή σταγόνα λαδιού μάζας 10 mg και φορτίου $q = +2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$. Η σταγόνα περνάει από μικρή οπή του αρνητικού οπλισμού και κινείται πάνω από τον πυκνωτή, όπου θεωρούμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδαιμινό. Να βρείτε:



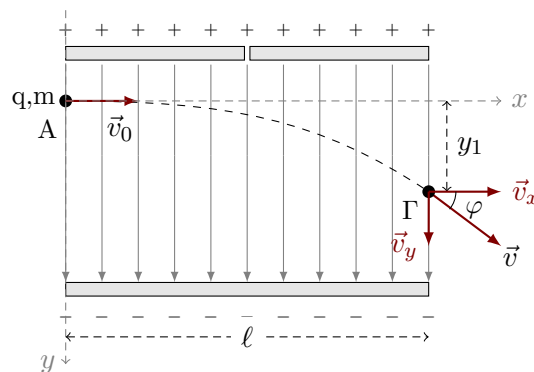
- (α') Είναι σκόπιμο να αγνοήσουμε το βαρυτικό πεδίο κατά την κίνηση της σταγόνας στο εσωτερικό του πυκνωτή;
- (β') Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία περνάει η σταγόνα από τον αρνητικό οπλισμό.
- (γ') Σε ποίο μέγιστο ύψος θα φτάσει η σταγόνα;
14. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 16 \text{ cm}$ και είναι φορτισμένες με τάση $V = 18 \text{ V}$. Ένα ηλεκτρόνιο βάλλεται από ένα σημείο πολύ κοντά στην θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου v_0 , παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργούν ανάμεσα τους οι δύο πλάκες. Να υπολογίσετε:



- (α') το μέτρο της επιβράδυνσης του ηλεκτρονίου.
 (β') το μέτρο της ταχύτητας, ώστε το ηλεκτρόνιο να φθάσει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα με μηδενική ταχύτητα.
 (γ') το χρόνο που χρειάζεται το ηλεκτρόνιο για να επιστρέψει στην αρχική του θέση.

Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα.

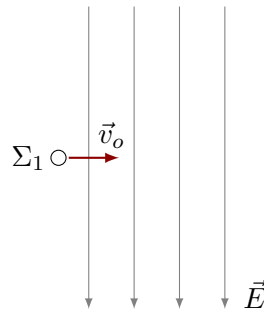
15. Πρωτόνιο μάζας m και φορτίου q εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο επίπεδου φορτισμένου πυκνωτή με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 2 \cdot 10^5$ m/s παράλληλη προς τους οπλισμούς του. Μετά χρόνο $t_1 = 4 \cdot 10^{-5}$ s το πρωτόνιο εξέρχεται από το πεδίο με ταχύτητα μέτρου $v = 2v_0$. Να υπολογίσετε:



- (α') τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα \vec{V} με την ταχύτητα \vec{v}_0 , κατά την έξοδο του πρωτονίου από το πεδίο.
 (β') το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το πρωτόνιο μέσα στο πεδίο.
 (γ') το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.
 (δ') τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στο σημείο εισόδου και στο σημείο εξόδου του πρωτονίου από το πεδίο.

Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα. Δίνεται το ειδικό φορτίο του πρωτονίου $q/m = 10^8$ C/kg.

16. Φορτισμένο σωματίδιο Σ_1 με τιμή φορτίου $q = -1,2 \cdot 10^{-7}$ C και μάζα $m_1 = 10^{-4}$ kg βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 4$ m/s κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $E = 10^4$ N/C μεγάλης έκτασης όπως φαίνεται στο σχήμα.

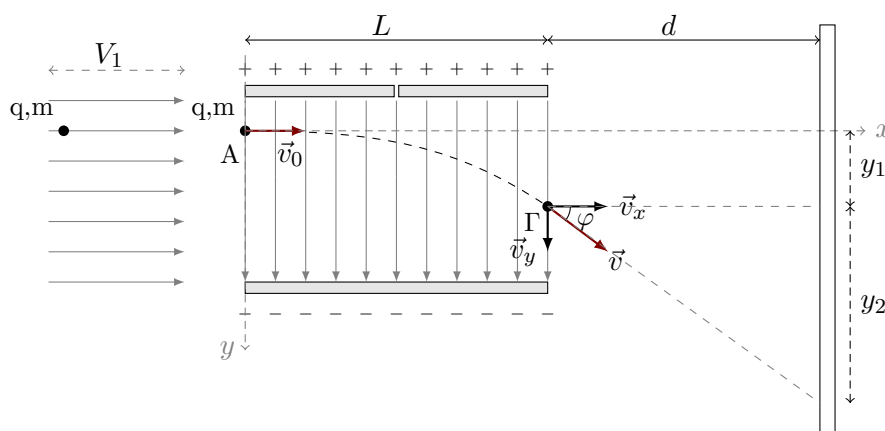


- (α) Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτά το φορτίο Σ_1 .
- (β) Υπολογίστε τη μεταβολή της ορμής του φορτίου Σ_1 και το ρυθμό μεταβολής της στο χρονικό διάστημα από 0 έως $t_1 = 2$ s

Τη χρονική στιγμή t_1 αφόριστο σωματίδιο Σ_2 τριπλάσιας μάζας του Σ_1 κινείται προς τα αριστερά με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_2 = \frac{4\sqrt{57}}{3}$ m/s και συγκρούεται πλαστικά με το φορτίο Σ_1 . Αν η κρούση διαρκεί $\Delta t = 10^{-3}$ s και κατά τη διάρκειά της το σύστημα των φορτίων δεν αλλάζει θέση να:

- (γ) Βρείτε την οριζόντια ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- (δ) Ελέγξτε αν μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής στον κατακόρυφο άξονα. Βρείτε την κατακόρυφη ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- (ε) Την δύναμη που δέχτηκε το φορτίο Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- (Ϛ) Βρείτε που βρίσκεται το συσσωμάτωμα την χρονική στιγμή $t_2 = \frac{15+\sqrt{57}}{7}$ s
- (ζ) Σχεδιάστε ποιοτικά ένα διάγραμμα της τροχιάς του φορτίου Σ_1 και του συστήματος που προκύπτει.

17. Ένα σωματίδιο μάζας m και θετικού φορτίου q επιταχύνεται από την ηρεμία μέσω μιας διαφοράς δυναμικού $V_1 = 2 \cdot 10^3$ V και στη συνέχεια εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν ανάμεσα τους δύο παράλληλες και οριζόντιες μεταλλικές πλάκες, με ταχύτητα \vec{v}_0 κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E = 10^4$ N/C. Η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική του θέση, κατά την έξοδο του από το πεδίο, είναι $y_1 = 20$ cm. Μετά την έξοδο του από το πεδίο, το σωματίδιο πέφτει σε επίπεδη επιφάνεια, η οποία είναι κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας \vec{v}_0 του σωματιδίου και απέχει από τα πλησιέστερα άκρα των δύο πλακών απόσταση $d = 50$ cm. Να υπολογίσετε:



- (α) το μέτρο της ταχύτητας v_0
- (β) το μήκος L των πλακών.
- (γ) το μέτρο της ταχύτητας v του σωματιδίου τη στιγμή που εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο.

(δ') την κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου από τη στιγμή που εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο μέχρι τη στιγμή που πέφτει στην επίπεδη επιφάνεια.

Δίνεται για το σωματίδιο: $q/m = 10^5$ C/kg. Η επίδραση του πεδίου βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα.

18. Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή είναι τετράγωνα πλάκες πλευράς $a = 2$ cm. Η απόσταση μεταξύ των δύο οπλισμών του πυκνωτή είναι $d = 17,7$ mm. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει κενό. Ο πυκνωτής συνδέεται με πηγή τάσης $V = 88,5$ V. Να υπολογίσετε:

(α') Τη χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή.

(β') Το φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής.

(γ') Την ενέργεια του πυκνωτή.

(δ') Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται ανάμεσα στους δύο οπλισμούς του πυκνωτή.

Δίνεται: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm².

19. Επίπεδος πυκνωτής χωρητικότητας $C = 8$ μF συνδέεται με ηλεκτρική πηγή και φορτίζεται με διαφορά δυναμικού $V = 200$ V. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει κενό, ενώ η απόσταση τους είναι $d = 5$ mm.

Στη συνέχεια ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του διπλασιάζεται.

Να βρείτε για τον πυκνωτή, πριν και μετά το διπλασιασμό της απόστασης μεταξύ των οπλισμών του:

(α') Το φορτίο του.

(β') Τη χωρητικότητα του.

(γ') Την τάση του.

(δ') Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς του.

(ε') Την ενέργεια του.

20. Επίπεδος πυκνωτής χωρητικότητας $C = 4$ μF συνδέεται με ηλεκτρική πηγή και φορτίζεται με διαφορά δυναμικού $V = 400$ V. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει κενό, ενώ η απόσταση τους είναι $d = 10$ mm.

Χωρίς να αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την πηγή, υποδιπλασιάζουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του. Να βρείτε για τον πυκνωτή, πριν και μετά τον υποδιπλασιασμό της απόστασης μεταξύ των οπλισμών του:

(α') Την τάση του.

(β') Τη χωρητικότητα του.

(γ') Το φορτίο του.

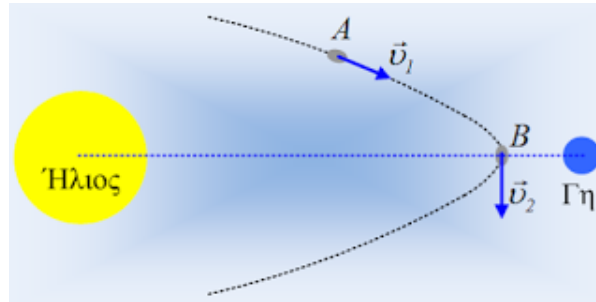
(δ') Την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς του.

(ε') Την ενέργεια του.

8 Βαρύτητα

8.1 Ερωτήσεις

- Ένα περιπλανώμενο ουράνιο αντικείμενο X πλησιάζει τη «γειτονιά μας» και σε μια στιγμή βρίσκεται στην μικρότερη απόσταση από τη Γη (θέση B). Στο σχήμα φαίνεται το επίπεδο της τροχιάς του, πάνω στο οποίο βρίσκονται και τα τρία σώματα ο Ήλιος, η Γη και το X, στην ίδια ευθεία.



Σχήμα 2: Ερώτηση 1.

(α') Στη θέση αυτή:

- Το αντικείμενο X δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από τον Ήλιο.
- Το αντικείμενο X δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από τη Γη.
- Οι δυο δυνάμεις που ασκούνται στο X έχουν ίσα μέτρα.

(β') Για το μέτρο της ταχύτητας του σώματος X μεταξύ των θέσεων A και B ισχύει:

- $v_1 < v_2$
- $v_1 = v_2$
- $v_1 > v_2$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

8.2 Προβλήματα

- Δυο σφαιρικά ουράνια σώματα αλληλεπιδρούν, στρεφόμενα γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους. Για τις ανάγκες της μελέτης μας, ας τα θεωρήσουμε ακίνητα σε απόσταση (διάκεντρος) $D = 190.000 \text{ km}$, χωρίς να αλληλεπιδρούν με άλλα ουράνια σώματα. Τα σώματα X και Y έχουν ακτίνες $R_1 = 10.000 \text{ km}$ και $R_2 = 4.000 \text{ km}$ αντίστοιχα, ενώ $G_1 = 9 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ και $G_2 = 64 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα.

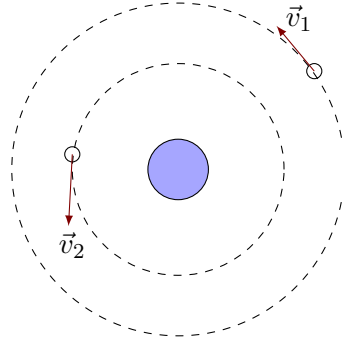


Σχήμα 3: Άσκηση ??

- Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια κάθε σώματος.
- Σε ποιο σημείο της ευθείας AB μπορούμε να τοποθετήσουμε ένα σώμα ώστε να ισορροπήσει;
- Να γίνει ένα ποιοτικό διάγραμμα του δυναμικού του βαρυτικού πεδίου κατά μήκος του άξονα $x'x$, θεωρώντας αρχή του άξονα το κέντρο του X σώματος, για τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος AB.
- Να βρεθεί η ελάχιστη αρχική κινητική ενέργεια με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα 2kg από το σημείο A του σώματος X για να φτάσει στην επιφάνεια του δεύτερου ουράνιου

σώματος. Ποια θα ήταν η αντίστοιχη απάντηση αν η εκτόξευση γινόταν αντίστροφα από το Υ προς το Χ;

2. Ένας δορυφόρος μάζας 1tn, έχει τεθεί σε κυκλική τροχιά, με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h_1 = 3R_{\Gamma}$ από την επιφάνειά της. Θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια μηδενική σε άπειρη απόσταση από τη Γη, την οποία Γη, θεωρούμε ακίνητη και χωρίς άλλα ουράνια σώματα στην γειτονιά της.



(α') Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του δορυφόρου;

Μπορεί να θεωρούμε ότι ο δορυφόρος βρίσκεται σε μεγάλο ύψος, αλλά υπάρχει αέρας (ατμόσφαιρα) και στο ύψος αυτό, με αποτέλεσμα να ασκείται δύναμη αντίστασης (τριβή), η οποία μειώνει τη μηχανική ενέργεια του δορυφόρου.

- (α') Αν μετά από μια περιφορά ο δορυφόρος πέφτει κατά $y_1 = 4m$, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική, μέσω του έργου της αντίστασης.
- (β') Η μείωση του ύψους συνεχίζεται, με αποτέλεσμα μετά από 10 χρόνια ο δορυφόρος να στρέφεται σε ύψος $h_2 = R_{\Gamma}$ από την επιφάνεια της Γης. Υποστηρίζεται ότι κατά την πτώση αυτή, αφού η ασκούμενη δύναμη (τριβή) αντιστέκεται στην κίνηση, ο δορυφόρος επιβραδύνεται. Να εξετάσετε αν αυτό είναι ή όχι σωστό.
- (γ') Να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική στη διάρκεια των 10 χρόνων πτώσης του δορυφόρου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης $R_{\Gamma} = 6.400km$, ενώ θεωρήστε ότι το σχήμα της τροχιάς του δορυφόρου είναι σχεδόν κύκλος, κάθε χρονική στιγμή.

3. Ένας άνθρωπος πηδώντας κατακόρυφα προς τα πάνω μπορεί στη Γη να φτάσει σε μέγιστο ύψος $h = 0,8m$.

- (α') Βρείτε το μέγιστο αντίστοιχο ύψος στο οποίο μπορεί να φτάσει στη Σελήνη όπου $g_{\Sigma} = \frac{g_{\Gamma}}{4}$.
- (β') Βρείτε την επιτάχυνση της βαρύτητας σε κάποιον αστεροειδή ακτίνας $R_A = 100m$ ώστε ο άνθρωπος, πηδώντας κατακόρυφα προς τα πάνω να διαφύγει από την έλξη του.
- (γ') Θεωρήστε την πυκνότητα ενός άλλου αστεροειδή ίδια με την πυκνότητα της Γης. Υπολογίστε την ακτίνα του ώστε ο ίδιος άνθρωπος να ξεφύγει από τη βαρυτική του έλξη πηδώντας προς τα πάνω. Εκτιμήστε αν ο Μικρός Πρίγκιπας στο βιβλίο του Σαιν-Εξυπερύ κινδυνεύει να διαφύγει από τον B612, τον αστεροειδή-σπίτι του.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης $R_{\Gamma} = 6400Km$, η ταχύτητα διαφυγής στην επιφάνεια της Γης $v_{\delta} = 11km/s$ και ο τύπος υπολογισμού του όγκου σφαίρας $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.