

1 Ορμή

1.1 Συνοπτική θεωρία

1.1.1 Ορμή

Ορίζουμε ορμή \vec{p} το διανυσματικό μέγεθος που ισούται με το γινόμενο της μάζας ενός σώματος επί την ταχύτητά του, δηλαδή $\vec{p} = m\vec{v}$

1.1.2 2^{ος} Νόμος του Newton

Αποδεικνύεται ότι η συνισταμένη δύναμη που δρα σε ένα σώμα είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του, ή $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$. Αυτή είναι και η μορφή του δεύτερου νόμου της κίνησης στο *Principia*...

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (1)$$

Η αντίστροφη συνεπαγωγή ισχύει μόνο αν η μάζα του σώματος παραμένει σταθερή.

1.1.3 Διατήρηση της ορμής

Σε ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων (δηλαδή ένα σύστημα στο οποίο οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν) η συνολική ορμή διατηρείται σταθερή. Δηλαδή:

$$\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή} \quad (2)$$

Η ορμή διατηρείται:

- Σε ένα σύστημα που δέν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις.
- Σε ένα σύστημα που δέχεται εξωτερικές δυνάμεις αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδέν.
- Σε κάθε κρούση.
- Σε κάθε έκρηξη.

Τυπολόγιο Τυπολόγιο Ορμή - Κρούσεις

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
Ορμή		
$\vec{p} = m\vec{v}$	Ορισμός Ορμής \vec{p}	
$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}$	Μεταβολή Ορμής \vec{p}	
$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$	Σχέση μεταβολών ορμής σε κρούση δύο σωμάτων	
$\vec{p}_{\text{ολ}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$	Ολική ορμή συστήματος σωμάτων	Διανυσματική σχέση...
$p_{\text{ολ},x} = p_{1,x} + p_{2,x} + p_{3,x} + \dots$	Ολική ορμή συστήματος σωμάτων στον x άξονα	Αλγεβρική σχέση...
$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$	Β' Νόμος Newton	Σχέση ορμής και δύναμης. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι η συνισταμένη δύναμη
$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}$	Αρχή διατήρησης ορμής	Ισχύει: <ul style="list-style-type: none"> • Σε μονωμένο σύστημα • Σε κάθε κρούση • Σε κάθε έκρηξη
Χρήσιμες σχέσεις και ορισμοί		
Μονωμένο σύστημα $\Sigma\vec{F}_{\text{εξ}} = \vec{0}$	Ορισμός	
Δυνάμεις που ασκούνται σε σώματα του συστήματος από σώματα εκτός συστήματος	Εξωτερικές δυνάμεις	
$K = \frac{1}{2}mv^2$	Κινητική ενέργεια σώματος	
$K_{\text{ολ}} = K_1 + K_2 + K_3 + \dots$	Κινητική συστήματος	Η κινητική ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος και δεν μας ενδιαφέρει προς τα πού κινείται το σώμα
$Q = \Delta K $	Θερμότητα σε μία κρούση	$Q = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}}$
<i>Συνεχίζεται →</i>		

Τυπολόγιο Ορμή - Κρούσεις - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$ \Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}$	Απώλεια Κινητικής ενέργειας σε κρούση	
$\frac{ \Delta K }{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\%$	Ποσοστό απώλειας κινητικής ενέργειας κατά την κρούση	$\left(1 - \frac{K_{\tau\epsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}\right) \cdot 100\%$
$\frac{Q}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\%$	Ποσοστό θερμότητας που παράγεται κατά την κρούση	
$E = \Delta K$	Ενέργεια που απελευθερώνεται σε μία έκρηξη	$E = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}$
$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\omicron\lambda}$	Θ.Μ.Κ.Ε.	

Δημιουργήθηκε με το X_YL^AT_EX - © βιη' Γ. Χ. Π.

1.2 Ερωτήσεις

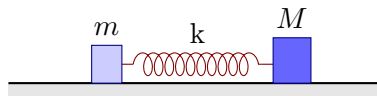
- Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του
 - αυξάνεται γραμμικά με την ταχύτητα. (γ') μειώνεται με τον χρόνο.
 - αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο. (δ') παραμένει σταθερός.
- Δύο μεταλλικές μπάλες σφαιροβολίας, η μία (Α) μάζας m και η άλλη (Β) μάζας $2m$, προσκρούουν κάθετα στο έδαφος με ίσες ορμές και σφηνώνονται σε αυτό σε ίσους χρόνους. Χαρακτηρίστε Σ/Λ τις παρακάτω προτάσεις.
 - Οι μπάλες πέφτουν στο έδαφος με ίσες ταχύτητες.
 - Η μεγάλη μπάλα έχει μεγαλύτερο μέτρο μεταβολής ορμής από ότι η μικρότερη.
 - Οι μπάλες δέχονται (μέσες) δυνάμεις ίσου μέτρου κατά τη χρούση τους.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τους είναι ίσος κατά την χρούση τους.
 - Η επιβραδύνσεις τους είναι ίσες κατά την χρούση.
- Δύο σώματα μαζών m_1 και m_2 , με $m_1 > m_2$ αφήνονται από το ίδιο ύψος να πέσουν κάθετα στο έδαφος. Υποθέτουμε αμελητέες τις αντιστάσεις του αέρα. Χαρακτηρίστε Σ/Λ τις παρακάτω προτάσεις.
 - Τα σώματα πέφτουν στο έδαφος με ίσες ταχύτητες.
 - Τα σώματα κατά την ελεύθερη πτώση τους έχουν ίσους ρυθμούς μεταβολής της ορμής τους.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι ίδιος στα δύο σώματα.
 - Η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 είναι μεγαλύτερη από τη μεταβολή της ορμής του σώματος m_2 κατά την κίνησή τους στον αέρα.
 - Η ορμή των δύο σωμάτων αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό κατά την πτώση τους.
4. Ένα βλήμα με μάζα $0,05 \text{ Kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα 800 m/s μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση 8 cm μέσα στον τοίχο. Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
 Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:
 - $2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ (β') $2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ (γ') $2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
 Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Ένας πύραυλος καίει το καύσιμό του παράγοντας σταθερή δύναμη ώσης, μακριά από το πεδίο βαρύτητας της Γης (ή άλλου αστρικού σώματος). Για την κίνησή του ισχύει:
 - Ο πύραυλος κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση αφού δέχεται σταθερή δύναμη, και σύμφωνα με τον νόμο $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, θα έχει σταθερή επιτάχυνση.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ του είναι σταθερός.
 - Η επιτάχυνση του πυραύλου αυξάνεται με τον χρόνο.
 - Η μορφή $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ του β' νόμου του Νεύτωνα είναι ακριβέστερη στην περίπτωση αυτή γιατί το σώμα χάνει μάζα.
- Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει
 - όταν στα σώματα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις.
 - όταν το σύστημα είναι μονωμένο.
 - σε κάθε χρούση.
 - όταν τα σώματα του συστήματος δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

(ε') όταν ασκούνται μόνο εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα.

7. Δύο σώματα ίσων μαζών m κινούνται με αντίρροπες ταχύτητες v και $2v$. Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων έχει μέτρο:
- (α') mv (β') μηδέν (γ') $3mv$ (δ') $-mv$
8. Δύο σώματα ίσων μαζών m κινούνται ομόρροπα με ταχύτητες v και $3v$. Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων έχει μέτρο:
- (α') mv (β') μηδέν (γ') $3mv$ (δ') $4mv$
9. Ένα πυροβόλο όπλο συνολικής μάζας M κινείται με ταχύτητα v σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ξαφνικά εκपुरσοκροτεί και εκτοξεύει οριζόντια βλήμα μάζας $\frac{M}{10}$. Αμέσως μετά το πυροβόλο μένει ακίνητο. Η ταχύτητα του βλήματος είναι:
- (α') $10v$ (β') $\frac{v}{10}$ (γ') $11v$ (δ') v
10. Δύο σώματα μαζών $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ κινούνται με αντίρροπες ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 . Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά και το συσσωμάτωμα μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.
- (α') Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση έχει μέτρο:
- i. $m(v_1 + v_2)$ ii. μηδέν iii. $mv_1 - mv_2$ iv. $4m(v_1 - v_2)$
- (β') Για τη μεταβολή της ορμής των δύο σωμάτων ισχύει
- i. $\Delta\vec{p}_1 = -2\Delta\vec{p}_2$ ii. $\Delta\vec{p}_2 = -2\Delta\vec{p}_1$ iii. $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ iv. $\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2$
- (γ') Για τις ταχύτητες δύο σωμάτων πριν την κρούση ισχύει:
- i. $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ ii. $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ iii. $\vec{v}_1 = -2\vec{v}_2$ iv. $\vec{v}_1 = 2\vec{v}_2$
11. Ένα βλήμα που κινείται με ορμή 10 kgm/s ξαφνικά διασπάται σε δύο κομμάτια, τα οποία κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα. Αν το ένα από αυτά έχει ορμή 8 kgm/s , η ορμή του άλλου είναι σε kgm/s :
- (α') 2 (β') 6 (γ') 18 (δ') 8
12. Ένα βλήμα που κινείται με ορμή 10 kgm/s ξαφνικά διασπάται σε δύο κομμάτια, τα οποία κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση. Αν το ένα από αυτά έχει ορμή μέτρου 8 kgm/s , το μέτρο της ορμής του άλλου είναι σε kgm/s :
- (α') 2 (β') 6 (γ') 18 (δ') 8
13. Δύο σώματα μαζών $m_1 = m$ και $m_2 = 3m$ κινούνται με αντίθετες ορμές. Τα σώματα συγκρούονται ελαστικά.
- (α') Η ολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση έχει μέτρο:
- i. $mv_1 + 3mv_2$ ii. μηδέν iii. $3mv_2 - mv_1$
- (β') Μετά την κρούση των δύο σωμάτων οι ορμές τους θα είναι
- i. ίσες ii. μηδέν iii. αντίθετες iv. ομόρροπες
- (γ') Για τα μέτρα των ταχυτήτων δύο σωμάτων πριν την κρούση ισχύει:
- i. $v_1 = 2v_2$ ii. $v_1 = v_2$ iii. $v_1 = 3v_2$ iv. $v_2 = 3v_1$
14. Δύο μπάλες Α και Β, με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες v_A και v_B , που έχουν αντίθετες φορές. Κάποια στιγμή συγκρούονται και διαπιστώνεται ότι ανταλλάσσουν ταχύτητες. Ο λόγος των μαζών τους $\frac{m_A}{m_B}$ είναι:
- (α') 1 (β') $\frac{5}{4}$ (γ') $\frac{4}{5}$ (δ') $\frac{2}{1}$
15. Δύο αυτοκίνητα Α και Β με μάζες $m_A = m$ και $m_B = \frac{m}{2}$ αντίστοιχα κινούνται στην ίδια ευθεία και συγκρούονται πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

- (α') Το αυτοκίνητο Β είχε διπλάσια ταχύτητα από το αυτοκίνητο Α.
 (β') Το αυτοκίνητο Β είχε διπλάσια ορμή από το αυτοκίνητο Α.
 (γ') Η ορμή του συστήματος των δύο αυτοκινήτων πριν τη σύγκρουση ήταν ίση με το μηδέν.
 (δ') Η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου Α είναι αντίθετη της μεταβολής του αυτοκινήτου Β.

16. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 με $m_1 > m_2$, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου που συγκρατείται συσπειρωμένο με νήμα. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα τινάζονται δεξιά και αριστερά, και όταν χάσουν την επαφή τους με το ελατήριο έχουν ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 .



Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- (α') Η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.
 (β') Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι μεγαλύτερη μετά την εκτίναξή τους.
 (γ') Τα σώματα μετά έχουν ίσες ορμές.
 (δ') Τα σώματα μετά έχουν αποκτήσει αντίθετες ταχύτητες.
 (ε') Τα σώματα έχουν αποκτήσει ίσες κινητικές ενέργειες.
17. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια μακριά σανίδα, πάνω στην οποία βρίσκεται ένας ξύλινος κύβος. Ένα βλήμα κινούμενο οριζόντια σφηνώνεται στον κύβο.

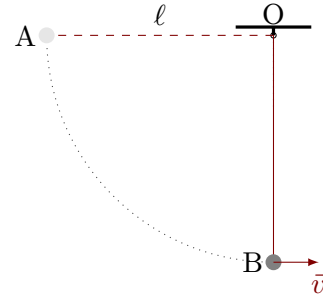


Σώμα m πάνω σε σανίδα M

- (α') Αν δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ κύβου και σανίδας, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.
- Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του βλήματος διατηρείται.
 - Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.
 - Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά.
 - Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- (β') Αν εμφανίζεται τριβή μεταξύ κύβου και σανίδας, παρατηρούμε ότι η σανίδα κινείται προς τα δεξιά, ενώ μετά από λίγο σταματά να γλιστρά πάνω της ο κύβος. Η διάρκεια της κρούσης βλήματος-κύβου είναι αμελητέα, τότε:
- Κατά την κρούση μεταξύ βλήματος και κύβου, η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος διατηρείται.
 - Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα πάνω στη σανίδα.
 - Μετά την κρούση, η σανίδα θα κινηθεί προς τα δεξιά λόγω της ορμής του κύβου.
 - Η ορμή του συστήματος βλήμα-κύβος-σανίδα διατηρείται σταθερή.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας παραμένει σταθερός, μέχρι να σταματήσει πάνω της ο κύβος.
 - Τελικά κάποια στιγμή θα σταματήσει η κίνηση του κύβου πάνω στη σανίδα και από εκεί και πέρα, το σύστημα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα.

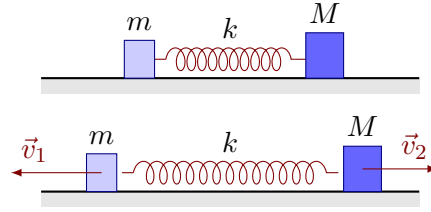
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

18. Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο άκρο νήματος μήκους 45cm, όπως στο σχήμα (θέση Α). Εκτρέπουμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση Β, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Να βρεθούν η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος:



- (α') Μόλις αφεθεί να κινηθεί στη θέση Β.
 - (β') Τη στιγμή που το νήμα θα γίνει κατακόρυφο (θέση Β).
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

19. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 με $m_1 < m_2$, τοποθετούνται στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου που συγκρατείται συσπειρωμένο με νήμα. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα τινάζονται δεξιά και αριστερά, και όταν χάσουν την επαφή τους με το ελατήριο έχουν ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 . Το επίπεδο θεωρείται λείο.



Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

- (α') Η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.
- (β') Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων είναι μικρότερη μετά την εκτίναξή τους.
- (γ') Τα σώματα μετά την εκτίναξη έχουν ορμές ίσου μέτρου.
- (δ') Τα σώματα μετά την εκτίναξη έχουν αποκτήσει αντίθετες ταχύτητες.
- (ε') Τα σώματα έχουν αποκτήσει ίσες κινητικές ενέργειες.

20. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος Α, μάζας $m_1 = m$, είναι διπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της ορμής ενός σώματος Β, μάζας $m_1 = 4m$. Τα μέτρα των επιταχύνσεων a_1 και a_2 των σωμάτων Α και Β αντίστοιχα, συνδέονται με τη σχέση:

- (α') $a_1 = 2a_2$
- (β') $a_1 = 4a_2$
- (γ') $a_1 = a_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

21. Θέλουμε να υπολογίσουμε την τροχιά ενός πυραύλου, ο οποίος καίει τα καύσιμά του με ρυθμό 1 τόνο το λεπτό, παράγοντας σταθερή δύναμη ώσης. Θα χρησιμοποιήσουμε τον δεύτερο νόμο του Newton στη μορφή $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ή στην μορφή $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

22. Η συνολική ορμή δύο σωμάτων Κ και Λ που κινούνται ευθύγραμμα είναι μηδέν. Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει $m_K = 4m_\Lambda$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ των δύο σωμάτων ισούται με:

- (α') 1
- (β') 4
- (γ') $\frac{1}{4}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

23. Ένα σώμα μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ορμή μέτρου p . Το σώμα συγκρούεται σε κατακόρυφο τοίχο και αναπηδά πίσω με ορμή μέτρου $\frac{p}{2}$. Η διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = t$. Η δύναμη \vec{F} που άσκησε ο τοίχος στο σώμα έχει μέτρο:

- (α') $F = \frac{p}{2t}$
- (β') $F = \frac{3p}{2t}$
- (γ') $F = \frac{2p}{t}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

24. Δύο σώματα κινούνται σε επίπεδο με κάθετες ορμές ίσων μέτρων p και συγκρούονται πλαστικά. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ορμή:

(α') μηδέν (β') p (γ') $2p$ (δ') $\sqrt{2}p$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

25. 9. Μικρό σφαιρίδιο μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου v και περίοδο T .

A) Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = T/2$, η μεταβολή της ορμής του σώματος έχει μέτρο ίσο με:

(α') $\Delta p = 0$ (β') $\Delta p = 2mv$ (γ') $\Delta p = \sqrt{2}mv$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = T/4$, η μεταβολή της ορμής του σώματος έχει μέτρο ίσο με:

(α') $\Delta p = 0$ (β') $\Delta p = 2mv$ (γ') $\Delta p = \sqrt{2}mv$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

26. Ένα μπαλάκι του τένις, μάζας $m = 100$ g, κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 10$ m/s και συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο, οπότε ανακλάται και επιστρέφει με επίσης οριζόντια ταχύτητα ίδιου μέτρου.

Αν η επαφή της μπάλας με τον τοίχο διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,1$ s, τότε η μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη μπάλα κατά τη διάρκεια της επαφής:

(α') έχει μέτρο μηδέν
 (β') έχει μέτρο 20 N και φορά προς τον τοίχο
 (γ') έχει μέτρο 10 N και φορά από τον τοίχο προς τη μπάλα,
 (δ') έχει μέτρο 20 N και φορά από τον τοίχο προς τη μπάλα. Μονάδες 4

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

27. 10. Σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , πού κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 έχοντας κινητική ενέργεια K_1 , συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Το συσσωμάτωμα πού προκύπτει έχει κινητική ενέργεια K . Αν $K = \frac{1}{2}K_1$, ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των δύο σωμάτων θα έχει τιμή

(α') $\frac{1}{2}$ (β') 2 (γ') 1

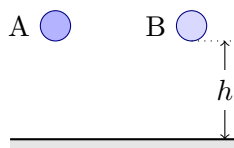
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

28. Σώμα μάζας m οποίο έχει κινητική ενέργεια κινείται, χωρίς τριβές, στην ίδια ευθεία πού βρίσκεται σώμα μάζας $3m$. Το συσσωμάτωμα πού προκύπτει μετά την κρούση παραμένει ακίνητο. Η κινητική ενέργεια πού μετατράπηκε σε θερμική κατά τη κρούση είναι:

(α') K (β') $4K/3$ (γ') $2K$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

29. Δύο μπάλες ίσων μαζών m , η A από πλαστικό και η B από πλαστελίνη, αφήνονται από το ίδιο ύψος h να πέσουν σε οριζόντιο επίπεδο. Η πλαστική μπάλα ανακλάται από το έδαφος με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που φτάνει σε αυτό, ενώ η μπάλα από πλαστελίνη κολλάει στο έδαφος, χάνοντας όλη την ταχύτητά της.



Αν το χρονικό διάστημα Δt της κρούσης σε κάθε περίπτωση είναι το ίδιο:

(α') Ποια μπάλα έχει μεγαλύτερη μεταβολή στην ορμή της;
 (β') Ποια μπάλα δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από το έδαφος;

30. Ένα βλήμα μάζας M κινείται οριζόντια με ταχύτητα v , οπότε κάποια στιγμή εκρήγνυται σε δύο κομμάτια A και B, με μάζες $m_1 = \frac{M}{3}$ και $m_2 = \frac{2M}{3}$. Το κομμάτι A μάζας m_1 μετά την έκρηξη κινείται στην ίδια διεύθυνση με το βλήμα μάζας M , με ταχύτητα μέτρου $v_1 = \frac{v}{3}$. Το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού B αμέσως μετά την έκρηξη μπορεί να είναι:

$$(α') v_2 = \frac{5v}{3} \quad (β') v_2 = \frac{5v}{4} \quad (γ') v_2 = \frac{7v}{4}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

31. Ένα σώμα A μάζας m έχει κινητική ενέργεια K_0 και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα B ίσης μάζας. Μετά την κρούση το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος είναι ίσο με:

$$(α') \sqrt{mK_0} \quad (β') \sqrt{2mK_0} \quad (γ') 2\sqrt{mK_0}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

32. Δύο σφαίρες με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Η σφαίρα μάζας m_2 αρχικά ήταν ακίνητη. Το πηλίκο της αρχικής προς την τελική κινητική ενέργεια του συστήματος ($\frac{K_{αρχ}}{K_{τελ}}$) είναι ίσο με:

$$(α') \frac{m_1+m_2}{m_1} \quad (β') \frac{m_1+m_2}{m_2} \quad (γ') \frac{m_1}{m_1+m_2}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

33. Δύο σφαίρες A και B με μάζες $3m$ και m αντίστοιχα κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες φορές και με ταχύτητες μέτρων v και $3v$ αντίστοιχα. Κάποια στιγμή οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών που μετατρέπεται σε θερμότητα είναι ίσο με:

$$(α') 25\% \quad (β') 75\% \quad (γ') 100\%$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

34. Σώμα A μάζας $3m$ που κινείται με σταθερή ταχύτητα v συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλο σώμα B μάζας m , που κινείται με αντίθετη ταχύτητα $-v$. Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση είναι ίσο με:

$$(α') 25\% \quad (β') 75\% \quad (γ') 50\%$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.3 Ασκήσεις

1. Μία μπάλα μάζας $m = 0.25 \text{ Kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 20 \text{ m/s}$ χτυπάει σε τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης μέτρου $v_2 = 15 \text{ m/s}$. Η κρούση διαρκεί χρόνο 0.02 s . Να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της μπάλας.
 (β') Η μέση δύναμη που δέχθηκε από τον τοίχο.

2. Μία σφαίρα μάζας $m = 0.01 \text{ Kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 100 \text{ m/s}$ χτυπάει σε τοίχο και σφηνώνεται σε αυτόν. Αν η διάρκεια της σύγκρουσης είναι 0.01 s , να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας.
 (β') Η μέση δύναμη που άσκησε η σφαίρα στον τοίχο.

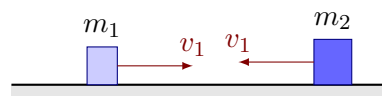
3. Μία μπάλα μάζας $m = 0.5 \text{ Kg}$ κινείται με κατακόρυφη ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ την στιγμή που χτυπάει στο έδαφος και αναπηδά με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης μέτρου $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Η κρούση διαρκεί χρόνο 0.02 s . Να βρεθούν:

- (α') Η μεταβολή της ορμής της μπάλας.
 (β') Η μέση δύναμη που δέχθηκε από το έδαφος.
 (γ') Η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση.

4. Ένας τερματοφύλακας αποκρούει την μπάλα, μάζας $m = 1 \text{ kg}$, που έρχεται προς αυτόν με ταχύτητα μέτρου $v = 25 \text{ m/s}$.

- (α') Αν πιάσει τη μπάλα μηδενίζοντας την ταχύτητά της σε χρόνο 0.01 sec πόση δύναμη θα δεχθεί ο τερματοφύλακας από τη μπάλα;
 (β') Αν χρησιμοποιήσει τις γροθιές του διώχνοντας τη μπάλα στην ίδια διεύθυνση με αυτή που έρχεται, κάνοντας τη μπάλα να χάσει το 50% του μέτρου της ταχύτητάς της, και η διάρκεια της κρούσης είναι 0.01 sec :
 i. Βρείτε τη μεταβολή της ταχύτητας.
 ii. Βρείτε τη (μέση) δύναμη που δέχθηκε ο τερματοφύλακας από τη μπάλα.

5. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κινούνται δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα, το ένα προς το άλλο, με ταχύτητες που έχουν το ίδιο μέτρο $v = 5 \text{ m/s}$.



- (α') Να βρείτε την ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων.
 (β') Αν το Α σώμα μετά την κρούση, κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου 7 m/s , με ποια ταχύτητα θα κινηθεί το σώμα Β;
 (γ') Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος που οφείλεται στην κρούση.
 (δ') Στην παραπάνω κρούση η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6. Ένα σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου 10 m/s . Ξαφνικά διασπάται σε δύο ίσα κομμάτια που κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις.

- (α') Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο κομματιών αν η ταχύτητα του ενός κομματιού είναι η μισή της ταχύτητας του άλλου.
 (β') Αν η μάζα m του σώματος είναι 2 Kg να βρεθεί η ενέργεια που απελευθερώθηκε από την έκρηξη.

7. Μια σφαίρα μάζας m_1 κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε κομμάτι ξύλου μάζας m_2 που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική χρούση είναι 40%, να βρείτε το λόγο $\frac{m_1}{m_2}$.

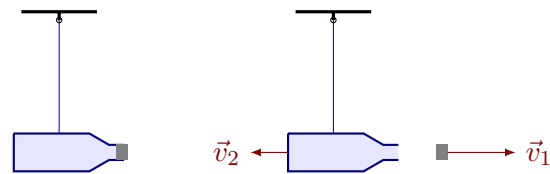
(Απ: $\frac{2}{3}$)

8. Ένα δοχείο μάζας $m_2 = 400\text{ g}$ περιέχει αέρα και είναι κλεισμένο με πώμα μάζας $m_1 = 200\text{ g}$. Θερμαίνουμε το δοχείο μέχρι που η πίεση να εκτοξεύσει το πώμα. Μετά το δοχείο, που είναι δεμένο σε νήμα, ανυψώνεται κατά $h = 20\text{ cm}$. Να βρεθούν:

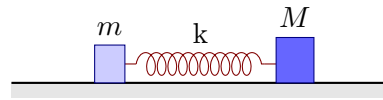
(α') Η ταχύτητα v_2 του δοχείου αμέσως μετά την "έκρηξη".

(β') Η ταχύτητα v_1 με την οποία εκτοξεύτηκε το πώμα.

(γ') Η ενέργεια που απελευθερώθηκε.



9. Δύο σώματα, $M = 2\text{ Kg}$ και $m = 1\text{ Kg}$, βρίσκονται στις άκρες ενός οριζόντιου ελατηρίου που κρατείται συμπιεσμένο με ένα νήμα. Το νήμα κόβεται και τα σώματα εκτοξεύονται δεξιά και αριστερά. Αν η ταχύτητα του σώματος M μετρήθηκε $v_1 = 5\text{ m/s}$, αμέσως όταν εγκαταλείπει το ελατήριο, να βρεθούν:

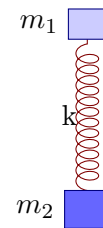


(α') Η ταχύτητα v_2 του σώματος m .

(β') Η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο ελατήριο.

(γ') Αμέσως μετά από τη στιγμή που χάνεται η επαφή κάθε σώματος με το ελατήριο, τα σώματα εισέρχονται σε περιοχή με συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Να βρεθεί πόσο διάστημα θα διανύσει κάθε σώμα στο τραχύ έδαφος.

10. Δύο σώματα A και B με μάζες $m_1 = 0,3\text{ kg}$ και $m_2 = 0,5\text{ kg}$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 40\text{ N/m}$ και φυσικού μήκους $\ell_0 = 0,4\text{ m}$. Συγκρατούμε με το χέρι μας το A σώμα, ενώ το B ταλαντώνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το σώμα A, οπότε το σύστημα των σωμάτων πέφτει ελεύθερα.



(α') Σε μια στιγμή t_1 που το μήκος του ελατηρίου είναι $\ell_1 = 0,6\text{ m}$ να βρεθούν:

i. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A

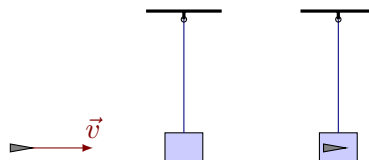
ii. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του B σώματος.

(β') Διατηρείται η συνολική ορμή του συστήματος των σωμάτων;

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

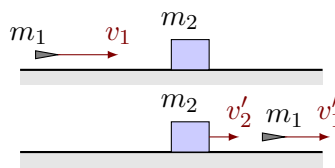
11. Ένα ξύλινο σώμα Σ μάζας $M = 950\text{ g}$ κρέμεται από νήμα μήκους $2,5\text{ m}$. Ένα βλήμα μάζας $m = 50\text{ g}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 100\text{ m/s}$ σφηνώνεται στο Σ .



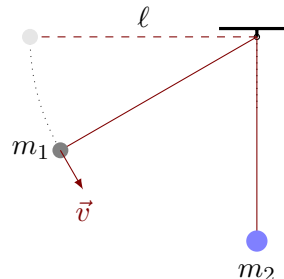
- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
 (β') Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος ώστε αυτό να μη σπάσει;
 (γ') Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;
 (δ') Να βρεθεί η γωνία που θα σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο όταν θα σταματήσει στιγμιαία την άνοδό του το συσσωμάτωμα ξύλου-βλήματος.
 (ε') Με πόση ταχύτητα θα έπρεπε να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο ώστε το συσσωμάτωμα
 i. Να φτάσει στην θέση όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο.
 ii. Να κάνει ανακύκλωση.
 Να θεωρήσετε ότι το νήμα έχει επαρκές όριο θραύσης.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

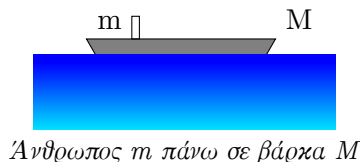
12. Βλήμα μάζας $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 400 \text{ m/s}$ και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$ που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $v'_1 = 100 \text{ m/s}$ σε χρόνο $\Delta t_1 = 0,1 \text{ s}$. Να βρείτε:



- (α') Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο
 (β') Τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.
 (γ') Την απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.
13. Σώμα $m_1 = 1 \text{ Kg}$ και σώμα $m_2 = 4 \text{ Kg}$ κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες $v_1 = 20 \text{ m/s}$ και $v_2 = 10 \text{ m/s}$ σε λείο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά. Βρείτε τη ταχύτητα του συσσωματώματος και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος.
14. Δύο σώματα μαζών $m_1 = 3 \text{ Kg}$ και $m_2 = 1 \text{ Kg}$ είναι δεμένα σε ίσα νήματα μήκους $\ell = 0,8 \text{ m}$. Εκτρέπουμε το σώμα m_1 κατά γωνία 90° , ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και αφήνουμε το σώμα να κινηθεί. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με το δεύτερο ακίνητο σώμα m_2 και το συσσωμάτωμα κινείται δεμένο στο νήμα (νήματα). Να βρεθούν:



- (α') Η ταχύτητα του m_1 όταν συγκρούεται με το m_2 .
 (β') Η ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.
 (γ') Η τάση του νήματος στο συσσωμάτωμα ακριβώς μετά την κρούση.
 (δ') Το μέγιστο κατακόρυφο ύψος στο οποίο θα ανέβει το συσσωμάτωμα.
15. Μία βάρκα μάζας M επιπλέει σε λίμνη. Στη βάρκα βρίσκεται άνθρωπος μάζας $m = M/4$ στην μία άκρη της. Ο άνθρωπος μετακινείται στο άλλο άκρο της βάρκας, που έχει μήκος L . Πόσο θα έχει μετακινηθεί η βάρκα όταν ο άνθρωπος σταματήσει στην άλλη άκρη της;



16. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $M=4\text{kg}$ και πάνω της ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας είναι $\mu=0,2$. Σε μια στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $v_0 = 5\text{ m/s}$ και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, όπως στο σχήμα.

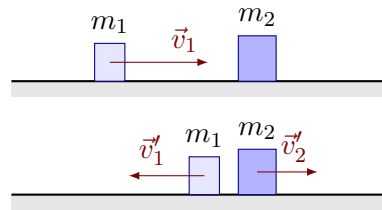


Σώμα m πάνω σε σανίδα M

- (α') Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του σώματος Σ τη στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$, καθώς και η ορμή του τη στιγμή αυτή.
- (β') Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σανίδας την παραπάνω στιγμή;
- (γ') Να υπολογιστεί η συνολική μηχανική ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική εξαιτίας της τριβής, μέχρι να πάψει να ολισθαίνει το σώμα Σ πάνω στη σανίδα.

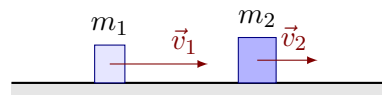
Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

17. Σώμα μάζας $m_1 = 1\text{ Kg}$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20\text{ m/s}$ συγκρούεται με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 4\text{ Kg}$. Μετά τη σύγκρουση το πρώτο σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 12\text{ m/s}$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την αρχική, όπως στο σχήμα.



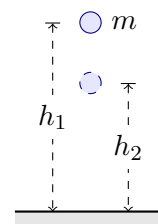
- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του δεύτερου σώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (β') Να υπολογιστεί η αρχική και η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος. Να χαρακτηριστεί η κρούση ελαστική, μη-ελαστική ή πλαστική.
- (γ') Το δεύτερο σώμα παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ με το επίπεδο κίνησης. Να βρεθεί η απόσταση που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει.

18. Δύο σώματα μάζας $m_1 = 1\text{ Kg}$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 8\text{ m/s}$, και $m_2 = 3\text{ Kg}$ κινούμενο με ομόρροπη ταχύτητα $v_2 = 4\text{ m/s}$ κάποια στιγμή συγκρούονται πλαστικά.



- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (β') Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος 1 και η μεταβολή της ορμής του σώματος 2 κατά την κρούση.
- (γ') Να βρεθεί η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.
- (δ') Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση.

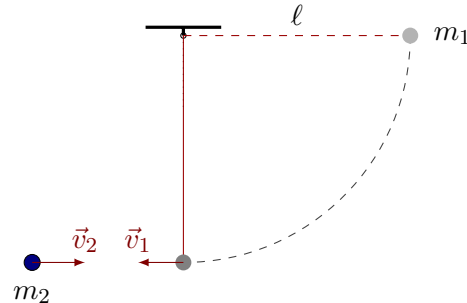
19. Σώμα μάζας $m = 2\text{ Kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1 = 7,2\text{ m}$. Το σώμα χτυπάει στο έδαφος και ανακλάται προς τα πάνω φτάνοντας σε ύψος $h_2 = 5\text{ m}$. Αν η διάρκεια της σύγκρουσής του με το έδαφος είναι $\Delta t = 0,02\text{ s}$.



- (α') Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της καθόδου.
- (β') Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος κατά την κρούση.

- (γ') Να υπολογιστεί η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν υποθέσουμε ότι αυτή είναι σταθερή.
- (δ') Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το σώμα από το έδαφος κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν υποθέσουμε ότι αυτή είναι σταθερή.
- (ε') Να βρεθεί το έργο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το έδαφος κατά την κρούση.

20. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 1,25 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται από το σημείο Α, με το νήμα οριζόντιο. και διαγράφει το τεταρτοκύκλιο που φαίνεται στο σχήμα. Διερχόμενο από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του Β, όπου η ταχύτητα του έχει μέτρο v_1 , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα v_2 αντίθετης κατεύθυνσης από την v_1 .



Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 4 \text{ m/s}$, με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας v_2 . Να υπολογίσετε:

- (α') Το μέτρο της ταχύτητας v_1 . Μονάδες 6
- (β') Την τάση του νήματος καθώς το σώμα διέρχεται από το σημείο Β. Μονάδες 7
- (γ') Το μέτρο της ταχύτητας v_2 . Μονάδες 6
- (δ') Την αύξηση της θερμικής ενέργειας κατά την κρούση. Μονάδες 6

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

21. Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 30 \text{ m/s}$ συγκρούεται με άλλο σώμα Β, μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$, που αρχικά ήταν ακίνητο. Μετά την κρούση το σώμα Α κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10 \text{ m/s}$.

- (α') Να υπολογίσετε την ταχύτητα v_2 που θα αποκτήσει το σώμα Β μετά την κρούση.
- (β') Αν η διάρκεια επαφής των δύο σωμάτων είναι $\Delta t = 0,1 \text{ s}$, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που άσκησε το ένα σώμα στο άλλο. Να θεωρήσετε ότι η δύναμη αυτή ήταν σταθερή σε όλη τη διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων.

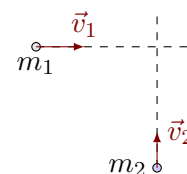
(Απ: α) $v_2 = 20 \text{ m/s}$, β) $F = 800 \text{ N}$)

22. Ένας άνθρωπος μάζας $m = 80 \text{ kg}$, βρίσκεται μέσα σε βάρκα μάζας $m_1 = 220 \text{ kg}$ και τραβάει απότομα προς το μέρος του με σχοινί μήκους 30 m , μια άλλη βάρκα μάζας $m_2 = 450 \text{ kg}$. Αν η κίνηση κάθε βάρκας θεωρηθεί ομαλή και η συνάντησή τους γίνεται σε χρόνο $t = 6 \text{ s}$, να βρεθεί η ταχύτητα κάθε βάρκας.

(Απ: $v_1 = 2 \text{ m/s}$ $v_2 = 3 \text{ m/s}$)

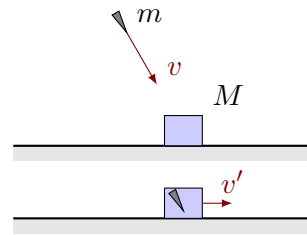
1.4 Προχωρημένα προβλήματα

23. Δύο σώματα μαζών $m_1 = 1 \text{ Kg}$ και $m_2 = 4 \text{ Kg}$ κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και $v_2 = 10 \text{ m/s}$. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, ενώνονται και κινούνται ως ένα σώμα.



- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος κατά μέτρο και διεύθυνση.
- (β') Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα.

24. Σώμα μάζας $M = 18 \text{ Kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 100 \text{ m/s}$, που το διάνυσμά της σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ ως προς το έδαφος. Το βλήμα συγκρούεται πλαστικά με το σώμα και σφηνώνεται σε αυτό.

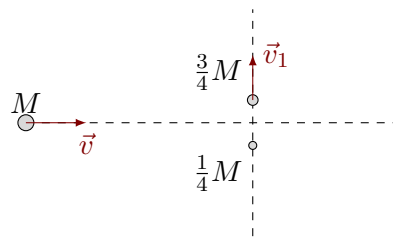


Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά αλλά κινείται μόνο στην οριζόντια διεύθυνση.

- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά από την κρούση.
- (β') Να υπολογιστεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος σώματος-βλήματος.
- (γ') Αν δεχθούμε ότι το φαινόμενο διαρκεί χρόνο 0.3 sec , να βρεθεί η (μέση) δύναμη που ασκεί το έδαφος στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης.

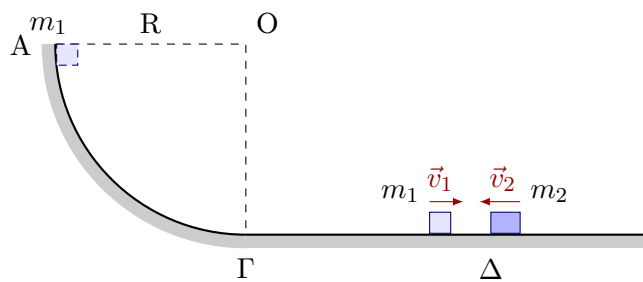
Δίνεται: $\eta\mu\varphi \approx 0,87$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,5$

25. Ένας δορυφόρος της Γης κινείται με ταχύτητα $v = 8 \text{ Km/s}$ και ξαφνικά λόγω προβλήματος διασπάται εκρηκτικά σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι (όπως το παρατήρησαν οι επιστήμονες αμέσως μετά την έκρηξη) έχει μάζα $\frac{3}{4}M$ και κινείται σε διεύθυνση κάθετη στην αρχική ταχύτητα του δορυφόρου με μέτρο $v_1 = 6 \text{ Km/s}$. Βρείτε:



- (α') Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας του άλλου κομματιού του δορυφόρου.
- (β') Την ενέργεια της έκρηξης.

26. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ($\widehat{A\Gamma}$). Η ακτίνα OA είναι οριζόντια και ίση με $R = 5 \text{ m}$. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου $\widehat{A\Gamma}$. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $S_1 = 3,6 \text{ m}$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά¹ στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1 , με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ , όπου η ακτίνα $O\Gamma$ είναι κατακόρυφη.
- (β') Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση, [αν δίνεται ότι το σώμα Σ_1 μετά την κρούση αλλάζει φορά κίνησης και η ταχύτητά του έχει μέτρο $v'_1 = 10 \text{ m/s}$.]
- (γ') Δίνεται η μάζα του σώματος Σ_2 , $m_2 = 3 \text{ kg}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

¹Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

(δ') Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση.

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Θέμα γ' - Πανελλήμιες 2016

27. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω v_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1 \text{ m}$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



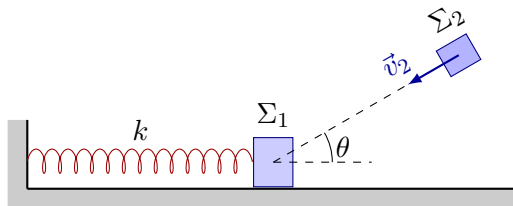
Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική² και ελαστική³, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $v'_1 = \sqrt{10} \text{ m/s}$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- (α') Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ_1 . Μονάδες 6
 (β') Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. Μονάδες 6
 (γ') Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται: $\sqrt{10} \approx 3,2$. Μονάδες 6
 (δ') Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1 \text{ kg}$ και $k = 105 \text{ N/m}$. Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Πανελλήμιες 2013

28. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $v_2 = 8 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $\sin \varphi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές.



²Κεντρική ή μετωπική είναι η κρούση δύο σωμάτων που έχουν διανύσματα ταχυτήτων πάνω στην ευθεία που συνδέει τα κέντρα τους.

³Για την ελαστική κρούση γνωρίζουμε ότι η κινητική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση, και για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων ισχύει: $v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$.

- (α') Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- (β') Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.
- (γ') Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.