

Άσκηση 18

Σχολικού Βιβλίου, Σελίδα 71

Γιώργος Παπαδημητρίου

2^ο ΓΕΛ Ναυπάκτου

14 Νοεμβρίου 2020

Η άσκηση:

*18. Ένα αυτοκίνητο και μια μοτοσυκλέτα είναι ακίνητα στην αρχή μιας αγωνιστικής πίστας. Το αυτοκίνητο ξεκινάει κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση $a_1 = 1,6 \text{ m/s}^2$ και 4 δευτερόλεπτα κατόπιν, ξεκινάει ο μοτοσυκλετιστής ο οποίος καταδιώκει το αυτοκίνητο με σταθερή επιτάχυνση $a_2 = 2,5 \text{ m/s}^2$.

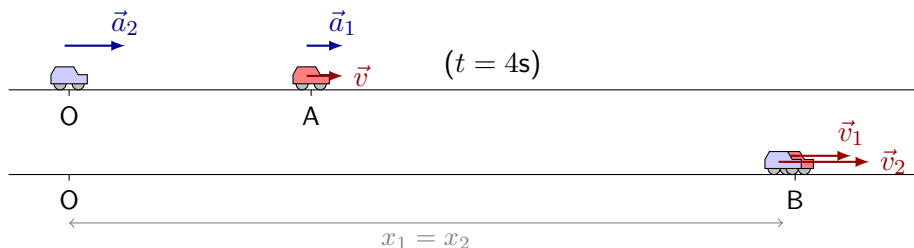
A. Μετά από πόσο χρόνο, από το ξεκίνημα του αυτοκινήτου, ο μοτοσυκλετιστής θα φτάσει το αυτοκίνητο και τι διάστημα θα έχουν διανύσει μέχρι τότε;

B. Πόση είναι η ταχύτητα κάθε οχήματος τη στιγμή της συνάντησης και πόση η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε μέχρι τότε το αυτοκίνητο;

Γ. Να κάνετε για το αυτοκίνητο τα διαγράμματα $v = f(t)$ και $s = f(t)$.

Λύση:

Σχεδιάζουμε ένα σχήμα με τα δεδομένα του προβλήματος:



Το πρώτο σχήμα είναι σχεδιασμένο τη χρονική στιγμή $t = 4\text{s}$, όπου ξεκινάει ο μοτοσυκλετιστής την κίνησή του. Το αυτοκίνητο έχει ξεκινήσει και αυτό από το σημείο O την χρονική στιγμή $t = 0$.

Αν πούμε t_1 τον συνολικό χρόνο κίνησης του αυτοκινήτου, τότε η μοτοσυκλέτα (που ξεκίνησε 4 δευτερόλεπτα μετά) θα έχει κινηθεί για λιγότερο χρόνο, άρα $t_2 = t_1 - 4$.

Λύση:

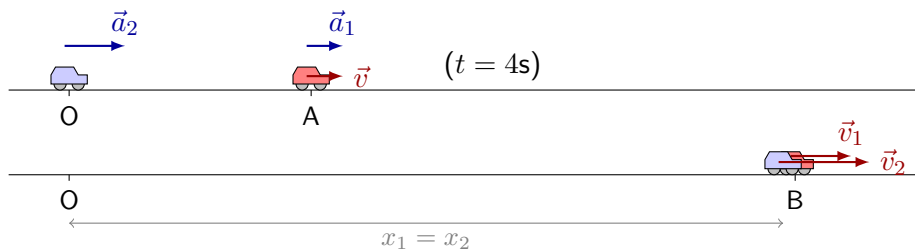
Και τα δύο κινητά κάνουν Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση θα είναι:

Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$$v = at \quad (1)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Λύση:



Για το αυτοκίνητο:

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1,6}{2}t_1^2 \quad (3)$$

Για τη μοτοσυκλέτα:

$$x_2 = \frac{1}{2}a_2t_2^2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2}a_2(t_1 - 4)^2$$
$$x_2 = \frac{2,5}{2}(t_1 - 4)^2 \quad (4)$$

Όμως όπως είδαμε στο σχήμα οι μετατοπίσεις είναι ίσες, άρα $x_1 = x_2$. Αντικαθιστούμε τις εξισώσεις (3) και (4) στην παραπάνω και έχουμε:

$$\begin{aligned}\frac{1,6}{2}t_1^2 &= \frac{2,5}{2}(t_1 - 4)^2 \Leftrightarrow 1,6t_1^2 = 2,5(t_1 - 4)^2 \\ 16t_1^2 &= 25(t_1 - 4)^2 \Leftrightarrow \sqrt{16t_1^2} = \pm\sqrt{25(t_1 - 4)^2} \\ \sqrt{16}\sqrt{t_1^2} &= \pm\sqrt{25}\sqrt{(t_1 - 4)^2} \Leftrightarrow 4t_1 = \pm 5(t_1 - 4)\end{aligned}\quad (5)$$

Η τελευταία είναι δύο εξισώσεις και πρέπει να λυθεί ξεχωριστά για το + και το -.

$$4t_1 = 5t_1 - 20 \Leftrightarrow t_1 = 20 \text{ s} \quad (6)$$

ή

$$4t_1 = -5t_1 + 20 \Leftrightarrow t_1 = \frac{20}{9} \text{ s} \quad (7)$$

Η χρονική στιγμή $t_1 = \frac{20}{9} \text{ s} < 4 \text{ s}$ δεν μπορεί να είναι η στιγμή που θα συναντηθούν αφού η μοτοσυκλέτα δεν έχει ξεκινήσει ακόμα!

Επομένως $t_1 = 20 \text{ s}$.

Το διάστημα το βρίσκουμε από την εξίσωση (3) ή την (4). Στην πρώτη βάζουμε τον χρόνο $t_1 = 20 \text{ s}$ και έχουμε:

$$x_1 = \frac{1,6}{2} 20^2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1,6}{2} 400 \Leftrightarrow x_1 = 320 \text{ m} \quad (8)$$

και φυσικά το ίδιο έχει διανύσει και η μοτοσυκλέτα...

Λύση:

Ερώτημα β.

Για τις ταχύτητες στο σημείο συνάντησης θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση της ταχύτητας $v = at$. Για το αυτοκίνητο:

$$v_1 = 1,6 \cdot 20 \Leftrightarrow v_1 = 32 \text{ m/s} \quad (9)$$

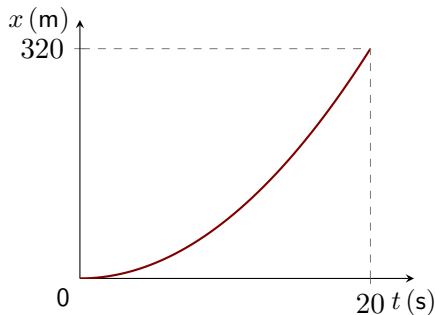
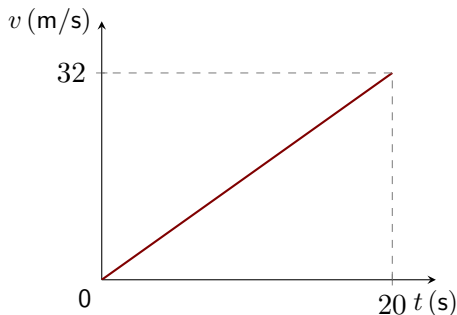
Και για τη μοτό:

$$\begin{aligned} v_2 &= a_2 \cdot (t_1 - 4) \Leftrightarrow v_2 = 2,5(20 - 4) \\ &\Leftrightarrow v_2 = 40 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (10)$$

Λύση:

Ερώτημα β.

Οι χρονικές γραφικές παραστάσεις ταχύτητας και θέσης (διαστήματος).
Για το αυτοκίνητο:



Λύση:

Ερώτημα β.

Για τη μοτό: (δεν το ζητάει η άσκηση, αλλά μια και έχουμε υπολογιστή
ας κάνουμε μερικές γραφικές παραστάσεις...)

