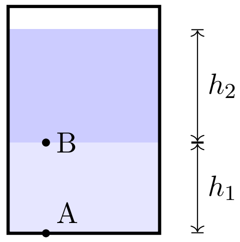
3.1 Επανάληψη - Ρευστά

Μερικές ερωτήσεις με δικαιολόγηση και λίγα προβλήματα για επανάληψη στα Ρευστά. Αρχικά, για χρήση στην εξ' αποστάσεως εκπαίδευση λόγω κορονοϊού (covid-19)...

Επιμέλεια: Γιώργος Χ. Παπαδημητρίου,

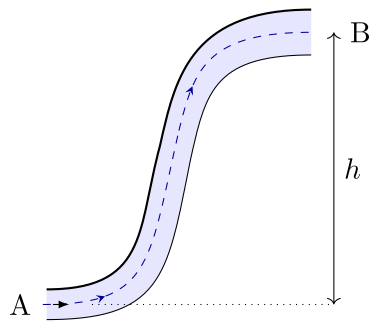
3.1.1 Ερωτήσεις

1. Σε κλειστό δοχείο υπάρχει νερό το οποίο σχηματίζει στήλη ύψους h_1, και λάδι που σχηματίζει στήλη ύψους h_2. Στο πάνω μέρος υπάρχει αέρας σε πίεση 2atm.
Αν οι πυκνότητες του νερού και του λαδιού ικανοποιούν τη σχέση $\rho_\lambda = 0,8\rho_\nu$, τότε η διαφορά των πιέσεων στα σημεία Α και Β είναι:



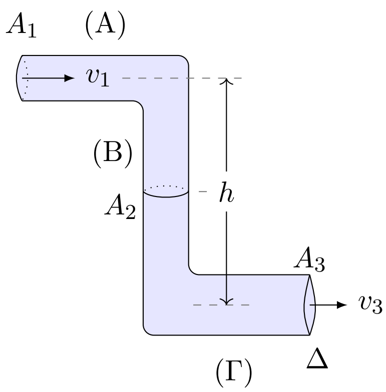
(α΄) $p_A - p_B = \rho_\nu g(h_1 - 0.8h_2)$ (β΄) $p_A - p_B = \rho_\nu g h_1$ (γ΄) $p_A - p_B = \rho_\nu g(h_1 + 0.8h_2)$

2. Ο σωλήνας του σχήματος αποτελείται από δύο οριζόντια που συνδέονται με καμπύλο τμήμα. Το κάτω οριζόντιο τμήμα έχει εμβαδόν κάθετης διατομής A_1 και το πάνω τμήμα $A_2 = 2A_1$. Τα δύο οριζόντια τμήματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφα κατά h. Ένα ιδανικό υγρό ρέει από τα αριστερά προς τα δεξιά. Η ταχύτητα του υγρού στο κάτω τμήμα είναι v_1, ενώ οι πιέσεις στο κάτω και πάνω τμήμα είναι ίδιες. Η υψομετρική διαφορά h ανάμεσα στα δύο οριζόντια τμήματα του σωλήνα και η ταχύτητα v_1 συνδέονται με τη σχέση



(α΄) $h = \dfrac{3v_1^2}{8g}$ (β΄) $h = \dfrac{v_1^2}{2g}$ (γ΄) $h = \dfrac{3v_1^2}{2g}$

3. Ο σωλήνας του σχήματος αποτελείται από δύο οριζόντια τμήματα και ένα κατακόρυφο. Το πάνω οριζόντιο τμήμα έχει εμβαδόν κάθετης διατομής A_1 και το κάτω τμήμα $A_3 = 2A_1$. Τα δύο οριζόντια τμήματα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφα κατά h. Ένα ιδανικό υγρό ρέει από τα αριστερά προς τα δεξιά. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του υγρού είναι ίση με την δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου $\frac{U}{\Delta V}$ στο πάνω τμήμα.
Το έργο ανά μονάδα όγκου που προσφέρεται από το περιβάλλον ρευστό στο υγρό μεταξύ των σημείων Α και Δ είναι:



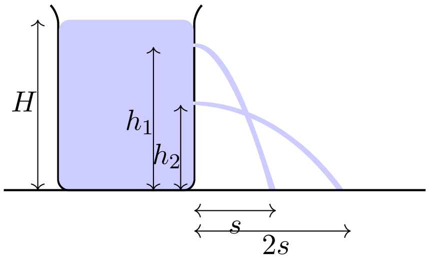
(α΄) $\dfrac{7}{4}\dfrac{U}{\Delta V}$ (β΄) $-\dfrac{7}{4}\dfrac{U}{\Delta V}$ (γ΄) $-\dfrac{3}{4}\dfrac{U}{\Delta V}$

4. Σε ιδανικό ρευστό που κινείται σε σωλήνα μεταξύ σημείων Α και Β προσφέρεται έργο από το περιβάλλον ρευστό 80J και η κινητική του ενέργεια αυξάνεται κατά 30J. Ο σωλήνας μεταξύ των σημείων Α και Β:

(α΄) ανέρχεται και στενεύει. (β΄) ανέρχεται και πλαταίνει. (γ΄) κατέρχεται και στενεύει.

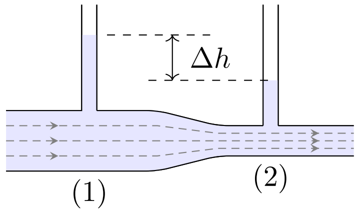
Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.

5. [1] Δοχείο με υγρό έχει δύο ίδιες μικρές τρύπες από τις οποίες εξέρχεται οριζόντια υγρό, που εκτελεί οριζόντια βολή.
Αν το βεληνεκές από την οπή ύψους h_1 είναι s, ενώ αυτό από την οπή ύψους h_2 είναι το διπλάσιο ($2s$), το πηλίκο των όγκων $\frac{V_1}{V_2}$ των φλεβών που βρίσκονται κάθε στιγμή στον αέρα, είναι:



(α΄) 1 (β΄) 2 (γ΄) 1/2

6. Στον διπλανό σωλήνα Venturi ρέει υγρό πυκνότητας ρ με ταχύτητα υ στο τμήμα (1) και η διαφορά των υψών των υγρών στα κατακόρυφα, ανοιχτά επάνω, τμήματα των σωλήνων είναι Δh.
Αν χρησιμοποιήσουμε τον σωλήνα με διαφορετικό υγρό πυκνότητας 2ρ με ίδια ταχύτητα ροής η διαφορά $\Delta h'$ θα είναι:

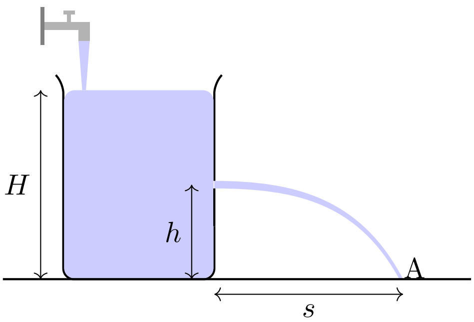


(α΄) $\Delta h' = 2\Delta h$ (β΄) $\Delta h' = \Delta h$ (γ΄) $\Delta h' = \Delta h/2$

7. Για να αντλήσουμε νερό από μία δεξαμενή χρησιμοποιούμε αντλία συνδεδεμένη σε σωλήνα σταθερής διατομής A. Το νερό, πυκνότητας ρ, θέλουμε να εξέρχεται από τον σωλήνα με ταχύτητα υ και σε συνολικό ύψος h.
Η ισχύς P της αντλίας που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε είναι:

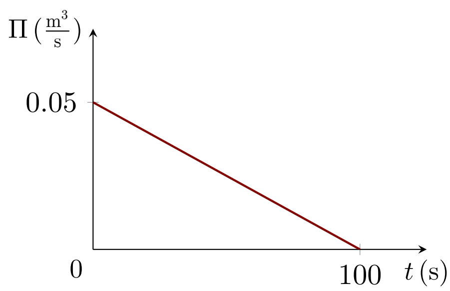
(α΄) $P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g h$ (β΄) $P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2}\rho A\upsilon^2 + \rho A g h$ (γ΄) $P_{\text{αντ}} = \frac{1}{2}\rho A\upsilon^3 + \rho A\upsilon g h$

8. Δοχείο γεμίζει με νερό βρύσης με παροχή $\Pi_{\beta\rho}$. Σε ύψος h_1 από την βάση του δοχείου υπάρχει τρύπα εμβαδού A από το νερό μπορεί να εξέλθει με οριζόντια ταχύτητα και να εκτελέσει οριζόντια βολή. Δίνεται επίσης η επιτάχυνση της βαρύτητας g.
Το βεληνεκές s της οριζόντιας βολής που εκτελεί το νερό μετά την σταθεροποίηση του ύψους του στο δοχείο είναι:



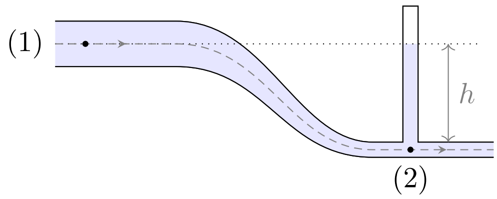
(α΄) $s = \sqrt{\frac{\Pi_{\beta\rho} h_1}{gA^2}}$ (β΄) $s = \sqrt{\frac{\Pi_{\beta\rho} h_1}{2gA^2}}$ (γ΄) $s = \sqrt{\frac{2\Pi_{\beta\rho} h_1}{gA^2}}$

9. Δεξαμενή αδειάζει μέσω τρύπας της οποίας η παροχή σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.
Στη χρονική διάρκεια ροής του υγρού από την τρύπα, ο συνολικός όγκος του υγρού που έφυγε από τη δεξαμενή είναι:



(α΄) 5m^3 (β΄) 2.5m^3 (γ΄) 1m^3

10. Ο σωλήνας του διπλανού σχήματος κατεβαίνει και στενεύει. Το εμβαδό διατομής στην περιοχή (1) είναι A_1 και στην περιοχή (2) είναι $A_2 = A_1/3$. Ανοιχτός κατακόρυφος σωλήνας βρίσκεται στην περιοχή (2) και το ύψος της στήλης του υγρού είναι ίσο με τη διαφορά ύψους των περιοχών (1)-(2). Αν Λ είναι η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στην περιοχή (1), η πίεση p_1 στην ίδια περιοχή είναι:

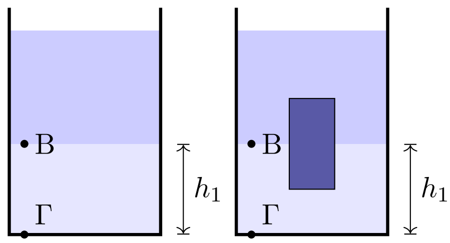


(α΄) $p_1 = p_{\text{atm}} + 8\Lambda$ (β΄) $p_1 = p_{\text{atm}} + 9\Lambda$ (γ΄) $p_1 = p_{\text{atm}} - \Lambda$

3.1.2 Ασκήσεις

1. Α) Ένα κυλινδρικό δοχείο με εμβαδό βάσης $A = 100\text{cm}^2$ περιέχει νερό μέχρι ύψους $h_1 = 45\text{cm}$. Να υπολογίσετε την υδροστατική πίεση σε σημείο Γ στον πυθμένα του δοχείου. [2]

Β) Ρίχνουμε πάνω από το νερό ποσότητα λαδιού μάζας ίσης με του νερού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα α΄. Να υπολογίσετε:



Σχήμα α΄ Σχήμα β΄

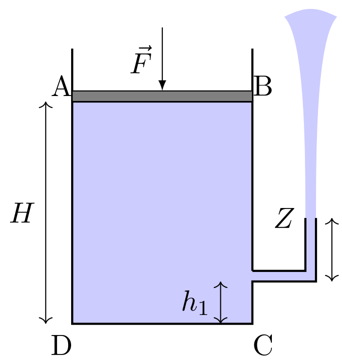
(α΄) τη συνολική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια Β μεταξύ των δύο υγρών.

(β΄) τη δύναμη που δέχεται ο πυθμένας μόνο από το περιεχόμενο του δοχείου.

Γ) Εισάγουμε έναν ομογενή κύλινδρο μικρών διαστάσεων μέσα στο δοχείο. Ο κύλινδρος ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα β΄, μισός μέσα στο λάδι και μισός στο νερό. Οι στάθμες των δύο υγρών να θεωρήσετε πως δεν αλλάζουν με την είσοδο του κυλίνδρου. Να υπολογίσετε την πυκνότητα του κυλίνδρου.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho_\nu = 1\ \text{g/cm}^3$, η πυκνότητα του λαδιού $\rho_\lambda = 0,9\ \text{g/cm}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm} = 10^5\ \text{N/m}^2$.

2. Σε δοχείο με εμβαδό βάσης $A = 100\text{cm}^2$ η επάνω πλευρά του κλείνεται με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, ενώ στην πλευρά του και σε ύψος $h_1 = 0.1\text{cm}$ από τη βάση υπάρχει σωλήνας σταθερής διατομής $A_2 = 1\ \text{cm}^2$, ο οποίος σχηματίζει γωνία και καταλήγει κατακόρυφος προς τα πάνω σε ύψος $h_2 = 0.2\text{cm}$. Το αρχικό ύψος του υγρού είναι $H = 1\text{m}$. Ασκούμε στο έμβολο κατακόρυφη δύναμη $F = 10\text{N}$ αναγκάζοντας το υγρό να βγαίνει με αρχική ταχύτητα υ από το άκρο του σωλήνα Ζ.



(α΄) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα υ και το ύψος h της στήλης που σχηματίζει το υγρό ανεβαίνοντας.

(β΄) Να υπολογίσετε την δύναμη F που πρέπει να ασκούμε στο έμβολο ως συνάρτηση της μετατόπισης x από την αρχική του θέση, έτσι ώστε το ύψος της κατακόρυφης στήλης του υγρού που βγαίνει από τον σωλήνα να είναι σταθερό.

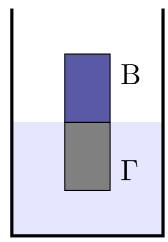
(γ΄) Βρείτε τον συνολικό χρόνο που μπορεί αν βγαίνει νερό από τον σωλήνα.

(δ΄) Υπολογίστε τον μέγιστο συνολικό όγκο του υγρού που βρίσκεται κάθε χρονική στιγμή στον αέρα.

(ε΄) Βρείτε το έργο που θα παραχθεί από την δύναμη F μέχρι να τελειώσει το φαινόμενο.

Δίνονται: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $\rho = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$.

3. Δύο ομογενείς κύλινδροι ισορροπούν με τον άξονά τους κατακόρυφο μέσα σε δοχείο με νερό, μεγάλης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύλινδρος Γ, μάζας $m_\Gamma = 0,5\mathrm{kg}$, έχει ύψος $h = 50\mathrm{cm}$, εμβαδό βάσης $A = 20\mathrm{cm}^2$ και είναι ολόκληρος βυθισμένος μέσα στο νερό. Ο κύλινδρος Β είναι ολόκληρος έξω από το νερό και έχει διαστάσεις ίδιες με τον κύλινδρο Γ. [2]
Να υπολογίσετε:



(α΄) την υδροστατική πίεση που επικρατεί στην κάτω βάση του κυλίνδρου Γ, δηλαδή σε βάθος $h = 50\mathrm{cm}$ από την επιφάνεια του νερού.

(β΄) τη δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος Γ από το νερό εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης, καθώς και από τον κύλινδρο Β.

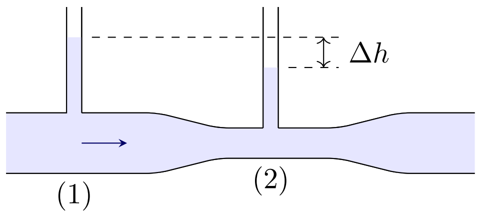
(γ΄) την πυκνότητα του κυλίνδρου Β.

Αποσύρουμε απότομα τον κύλινδρο Β. Να υπολογίσετε:

(δ΄) την ταχύτητα του κυλίνδρου Γ τη στιγμή που εξέρχεται πλήρως από το νερό. Να θεωρήσετε ότι δεν αλλάζει η στάθμη του νερού κατά την έξοδο του κυλίνδρου Γ απ' αυτό και ότι η δύναμη τριβής που ασκείται από το νερό στον κύλινδρο Γ, κατά την κίνησή του, είναι αμελητέα.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και η πυκνότητα του νερού $\rho_\nu = 1\mathrm{g/cm^3}$.

4. Για να μετρήσουμε την ταχύτητα ενός υγρού πυκνότητας ρ που ρέει σε σωλήνα χρησιμοποιούμε την διάταξη του διπλανού σχήματος (σωλήνας Ventouri). Η διάταξη αποτελείται από δύο κατακόρυφους ανοιχτούς σωλήνες, ο ένας από τους οποίους είναι στην περιοχή (2) όπου υπάρχει στένωμα εμβαδού διατομής $A_2 = A_1/2$. Αν μετράμε $\Delta h = 15\mathrm{cm}$



(α΄) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ροής του υγρού στον σωλήνα.

(β΄) Το έργο που προσφέρεται στο υγρό για μετακίνηση ενός λίτρου υγρού από την περιοχή (1) στην περιοχή (2).

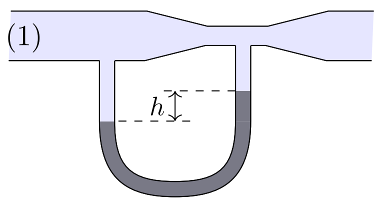
Αντικαθιστούμε το ρευστό με άλλο πυκνότητας $\rho' = 0.64\rho$ και ίσης κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου στην περιοχή (1). Να υπολογίσετε:

(α΄) Το νέο ύψος $\Delta h'$

(β΄) Το ποσοστό μεταβολής της παροχής του σωλήνα.

Δίνεται το $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

5. Σωλήνας διαμέτρου $d_1 = 3$ cm στον οποίο ρέει νερό πυκνότητας $\rho_1 = 10^3$ $\mathrm{kg/m^3}$ έχει περιοχή στην οποία η διάμετρος είναι $d_2 = 2$ cm και η ταχύτητα του νερού είναι $\upsilon_2 = 4.5$ m/s.. Στο κάτω μέρος του σωλήνα, υπάρχει κατακόρυφος καμπύλος σωλήνας σχήματος U, στον οποίο βρίσκεται ποσότητα υγρού πυκνότητας ρ_2.



Ο καμπύλος σωλήνας έχει τα δύο άκρα του στις περιοχές με διαμέτρους d_1, d_2.
Να υπολογίσετε:

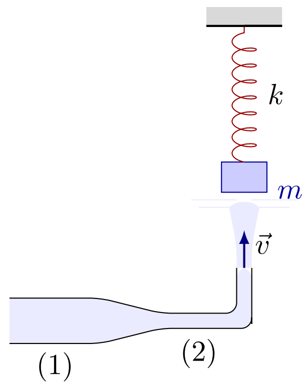
(α΄) Την ταχύτητα στην περιοχή (1).

(β΄) Τη διαφορά πίεσης στις περιοχές (1) και (2).

(γ΄) Αν η στήλη του υγρού πυκνότητας ρ_2 παρουσιάζει υψομετρική διαφορά $h = 40$ cm να βρείτε την πυκνότητα του υγρού.

(δ΄) Κάποια στιγμή διπλασιάζουμε την παροχή του νερού στον σωλήνα. Να βρεθεί η νέα υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού (2) στον σωλήνα U.

6. Οριζόντιος σωλήνας στον οποίο ρέει νερό με παροχή $\Pi = 0,02\,\mathrm{m^3/s}$, έχει εμβαδό διατομής $A_1 = 100\,\mathrm{cm^2}$ (περιοχή (1)) και στενεύει και κάμπτεται προς τα πάνω έτσι ώστε το νερό να εξέρχεται με κατακόρυφη ταχύτηταˇ. Στην περιοχή (2) το εμβαδό διατομής είναι $A_2 = A_1/5$. Μετά την έξοδο η φλέβα του νερού ανέρχεται σε ύψος $h = 1.8$ m και χτυπάει σε σώμα μάζας m που είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου σταθερά συνδεδεμένου ελατηρίου, σταθεράς $k = 100$ N/m. Το σώμα ισορροπεί με το ελατήριο στη θέση φυσικού του μήκους.



(α΄) Να υπολογίσετε την ταχύτητα εξόδου του νερού από τον σωλήνα.

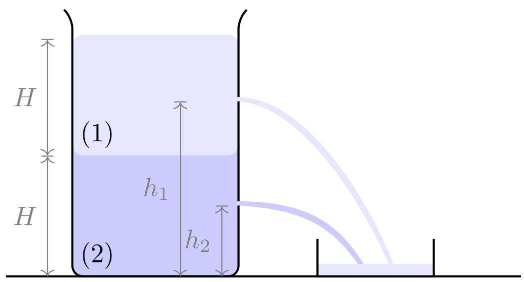
(β΄) Βρείτε την πίεση σε ένα σημείο στο οριζόντιο τμήμα της περιοχής (2).

(γ΄) Αν το κατακόρυφο τμήμα του σωλήνα έχει μήκος $h_1 = 20$ cm να υπολογίσετε το έργο που παρέχει το περιβάλλον ρευστό σε ένα λίτρο όγκου νερού για την μετάβαση από την περιοχή (1) έως την έξοδο.

(δ΄) Υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται το σώμα m από την στήλη του νερού, καθώς και τη μάζα του σώματος. Να θεωρήσετε ότι όλο το νερό χτυπάει στο σώμα, και μάλιστα κάθετα, και μετά την κρούση η ταχύτητα του νερού γίνεται οριζόντια.

(ε΄) Αν ξαφνικά μετακινήσουμε προς τα αριστερά τον σωλήνα ώστε να μην χτυπάει νερό το σώμα, να γράψετε την εξίσωση ταλάντωσης που θα εκτελέσει.

7. [3] Δοχείο περιέχει νερό που σχηματίζει στήλη ύψους $H = 50$ cm και λάδι που σχηματίζει στήλη ίδιου ύψους H. Σε αποστάσεις $h_1 = 80$ cm και $h_2 = 20$ cm από τον πυθμένα υπάρχουν δύο τρύπες εμβαδών $A_1 = 2\ \mathrm{cm^2}$ και $A_2 = \sqrt{5/3}\ \mathrm{cm^2}$ από τις οποίες εξέρχεται το υγρό με ταχύτητες οριζόντιες εκτελώντας οριζόντιες βολές. Τα υγρά πέφτουν σε δοχείο όγκου $V = 10$ L.
Να υπολογίσετε:

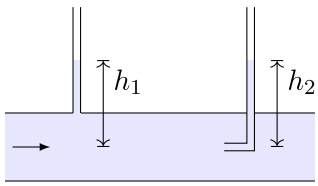


(α΄) Τις ταχύτητες εξόδου των υγρών από τις τρύπες.

(β΄) Τον χρόνο που θα γεμίσει το δοχείο.

(γ΄) Τα ποσοστά των όγκων του νερού και του λαδιού στο δοχείο.

8. Ο σωλήνας του διπλανού σχήματος έχει σταθερή διατομή και διαρρέεται από υγρό πυκνότητας $\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Στον σωλήνα έχουμε προσαρμόσει δύο σωληνάκια όπως φαίνεται στο σχήμα, στα οποία το υγρό έχει ανέβει σε ύψη $h_1 = 40$ cm και $h_2 = 60$ cm.



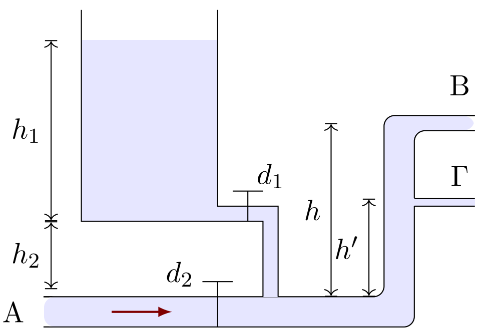
Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\mathrm{atm}} = 10^5$ Pa και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, βρείτε:

(α΄) Την ταχύτητα του υγρού στον σωλήνα.

(β΄) Την πίεση κάτω από το πρώτο σωληνάκι.

(γ΄) Τα ύψη στα σωληνάκια αν η παροχή του σωλήνα τριπλασιαστεί.

9. Στη διάταξη του σχήματος έχουμε ένα κεντρικό σωλήνα (Α) διατομής $A_1 = 20\ \mathrm{cm}^2$ στον οποίο είναι συνδεδεμένος και ένας ακόμα σωλήνας που έχει διατομή $A_2 = 10\ \mathrm{cm}^2$, ο οποίος μπορεί να μεταφέρει νερό από δεξαμενή ύψους $h_1 = 1$m, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h_2 = 0.5$ m. Υποθέτουμε ότι και ο κεντρικός σωλήνας είναι μεταφέρει νερό από άλλη δεξαμενή. Ο κεντρικός σωλήνας κάμπτεται κατακόρυφα και καταλήγει σε δύο οριζόντιες εξόδους στον αέρα, Β και Γ, σε ύψη $h = 80$ cm και $h' = 45$ cm και με εμβαδά $A_B = 10\ \mathrm{cm}^2$ και $A_\Gamma = 5\ \mathrm{cm}^2$.



Αρχικά η βάνα d_1 είναι κλειστή.

(α΄) Βρείτε τις ταχύτητες εξόδου του νερού στα σημεία Β και Γ αν η ταχύτητα στο σημείο Α είναι 2 m/s.

(β΄) Βρείτε την απόσταση των σημείων Κ και Λ που φτάνουν στο έδαφος οι φλέβες νερού.

(γ΄) Υπολογίστε την πίεση αριστερά και δεξιά της κλειστής βάνας d_1.

Κλείνουμε την βάνα d_2 και ανοίγουμε την d_1

(δ΄) Βρείτε τις ταχύτητες εξόδου του νερού στα σημεία Β και Γ.

(ε΄) Υπολογίστε την πίεση σε σημείο αμέσως δεξιά της βάνας d_2.

Βιβλιογραφία

[1] Γιάννης Κυριακόπουλος. Υλικό φυσικής - χημείας, https://ylikonet.gr2021/01/07/ο-λόγος-του-όγκου-δύο-φλεβών/, 2021.

[2] Παναγιώτης Μπετσάκος. Study for Exams, http://www.study4exams.gr, 2021.

[3] Διαγώνισμα Ρευστά. Study for Exams, http://www.study4exams.gr, 2019.